

Ecole Centrale de Nantes

ÉCOLE DOCTORALE

Sciences et Technologies de l'Information et Mathématiques

Année 2012

N° B.U. :

## Thèse de DOCTORAT

Spécialité : AUTOMATIQUE, PRODUCTIQUE ET ROBOTIQUE

Présentée et soutenue publiquement par :

THI PHUONG KHANH - NGUYEN

Le 6 novembre 2012  
à l'Ecole Centrale de Nantes

### TITRE

**POLITIQUES DE MAINTENANCE ET D'INVESTISSEMENT SOUS EVOLUTION TECHNOLOGIQUE  
INCERTAINE**

### JURY

Président :	Anne BARROS	Professeur	Université de Technologie de Troyes
Rapporteurs :	Sophie MERCIER Pierre-Etienne LABEAU	Professeur Professeur	Université de Pau et des Pays de l'Adour Université Libre de Bruxelles
Examineurs :	Alain BERNARD Philippe CASTAGLIOLA Thomas YEUNG	Professeur Professeur Maître Assistant	Ecole Centrale de Nantes Institut Universitaire de Technologie de Nantes Ecoles des Mines de Nantes
Membre invité :	Bruno CASTANIER	Maître Assistant	Ecoles des Mines de Nantes

---

Directeur de thèse : Philippe CASTAGLIOLA  
Laboratoire : IRCCyN  
Co-encadrant : Bruno CASTANIER  
Thomas YEUNG  
Laboratoire : IRCCyN



# Remerciements

Il m'est particulièrement agréable d'exprimer ma gratitude et mes remerciements à tous ceux qui, par leur enseignement, leur soutien et leurs conseils, m'ont m'aidé à la réalisation de ce mémoire.

Je voudrais tout d'abord exprimer mes remerciements à mon directeur de thèse, le professeur Philippe CASTAGLIOLA, qui m'a permis d'effectuer cette thèse. Sa confiance m'ont permis de m'épanouir sereinement tout au long de mes travaux.

Mes profonds remerciements s'adressent particulièrement à Bruno CASTANIER et Thomas YEUNG, mes co-encadrants de thèse, qui ont dirigé mon travail de recherche. Leur commentaires et leur conseils m'ont permis de surmonter mes difficultés, de progresser dans mes études. Bruno, merci, pour votre confiance, vos encouragements, votre dévouement et particulièrement vos nombreuses aides dans la rédaction de ce manuscrit. Thomas, merci, pour m'avoir fait confiance, encouragée, guidée pendant ces trois années.

J'adresse également un remerciement à Sophie MERCIER, Pierre-Etienne LABEAU et Anne BARROS pour avoir accepté d'être mes rapporteurs.

Je tiens à témoigner ma reconnaissance envers tout le personnel du département automatique et productique de l'école des Mines de Nantes, pour l'ambiance studieuse mais sympathique qu'ils ont réussi à instaurer. Merci à l'ensemble des membres et ex-membres de l'équipe SLP et plus particulièrement à Mariem et Hoang pour m'avoir apportée leur support moral et m'encourager tout au long de ma démarche.

Je ne saurai terminer mes remerciements sans une pensée pour ma famille. Je m'adresse à mon père NGUYEN Thanh Bong, ma mère HUYNH Thi My Phuong et mon frère NGUYEN Minh Bang, ma reconnaissance pour leur soutien pendant toutes ces années de thèse. Ils ont toujours cru en moi et m'ont apporté son réconfort moral dans l'accomplissement de ce travail.

À tous ceux-là et aux autres, mes remerciements les plus sincères.

*Nantes, le 30 Aout 2012*

**Nguyen Thi Phuong Khanh**



# Table des matières

<b>I</b>	<b>Introduction générale</b>	<b>15</b>
<b>II</b>	<b>Introduction au projet de maintenance/ investissement sous l'évolution technologique</b>	<b>21</b>
<b>1</b>	<b>Maintenance dans le Contexte Industriel</b>	<b>23</b>
1.1	Introduction . . . . .	23
1.2	La maintenance et ses terminologies . . . . .	24
1.2.1	Définition de la maintenance . . . . .	24
1.2.2	Objectifs de la maintenance . . . . .	24
1.3	Analyse des méthodes d'optimisation de maintenance . . . . .	26
1.3.1	Première génération de maintenance . . . . .	26
1.3.2	Deuxième génération de maintenance . . . . .	27
1.3.3	Troisième génération de maintenance . . . . .	28
1.4	Maintenance centrée sur les affaires . . . . .	30
1.4.1	Organisation de BCM . . . . .	31
1.4.2	Rapprochement entre maintenance et investissement . . . . .	32
1.5	Conclusion . . . . .	34
<b>2</b>	<b>Etat de l'art</b>	<b>35</b>
2.1	Introduction . . . . .	35
2.2	Modèles fiabilistes de maintenance . . . . .	36
2.2.1	Modélisation de la défaillance . . . . .	36
2.2.2	Politiques de maintenance élémentaires . . . . .	36
2.3	Modèles de maintenance conditionnelle . . . . .	38
2.3.1	Modélisation de processus de détérioration . . . . .	38
2.3.2	Politique de maintenance conditionnelle . . . . .	39
2.4	Disponibilité des ressources de maintenance . . . . .	41
2.5	Modèles d'évolution technologique . . . . .	42
2.5.1	L'extrapolation de tendance . . . . .	43
2.5.2	Courbe de croissance . . . . .	44
2.6	Évolution technologique . . . . .	45
2.6.1	La vision économiste . . . . .	45
2.6.2	La vision fiabiliste . . . . .	50
2.7	Conclusion . . . . .	52
<b>3</b>	<b>Applicabilité des Options Réelles au projet maintenance - investissement</b>	<b>55</b>
3.1	Introduction . . . . .	55
3.2	Concept des Options réelles . . . . .	56

3.2.1	Définition . . . . .	56
3.2.2	Typologie des options réelles . . . . .	56
3.3	Applicabilité des options réelles . . . . .	58
3.3.1	Conditions d'existence des options réelles . . . . .	59
3.3.2	Analyse d'applicabilité dans un projet de maintenance . . . . .	60
3.4	Méthodes d'évaluation des options réelles . . . . .	62
3.5	Conclusion . . . . .	64
<b>4</b>	<b>Objectifs des travaux</b>	<b>67</b>
4.1	Synthèse de l'analyse bibliographique . . . . .	67
4.2	Limites du cadre de l'étude . . . . .	69
4.3	Objectifs des travaux . . . . .	70
<b>III</b>	<b>Évolution séquentielle et rapide de technologie</b>	<b>73</b>
<b>5</b>	<b>Maintenance / Investissement de remplacement</b>	<b>75</b>
5.1	Introduction . . . . .	75
5.2	Formulation du modèle . . . . .	76
5.2.1	Définition du problème de maintenance . . . . .	76
5.2.2	Formulation du critère de décision . . . . .	77
5.2.3	Probabilités de transition . . . . .	79
5.3	Discussion des paramètres d'entrée . . . . .	80
5.3.1	La probabilité d'apparition d'une nouvelle technologie . . . . .	80
5.3.2	Processus de dégradation . . . . .	80
5.3.3	Impacts de l'évolution technologique . . . . .	80
5.3.4	La fonction du profit et du coût de maintenance . . . . .	81
5.4	Analyse de sensibilité des politiques . . . . .	82
5.4.1	Influence du changement du prix d'achat sur la politique optimale . . . . .	82
5.4.2	Impact de l'amélioration technologique sur la politique optimale . . . . .	85
5.4.3	Influence de l'horizon d'étude sur le choix de la technologie optimale . . . . .	86
5.5	Conclusions . . . . .	87
<b>6</b>	<b>Impact du niveau de stock des pièces de rechange</b>	<b>89</b>
6.1	Introduction . . . . .	89
6.2	Formulation du modèle . . . . .	90
6.2.1	Positionnement du problème . . . . .	90
6.2.2	Formulation du critère de décision . . . . .	91
6.3	Discussion des paramètres d'entrée . . . . .	92
6.3.1	Modélisation du système . . . . .	92
6.3.2	Modélisation de l'évolution technologique . . . . .	93
6.4	Analyse des expériences numériques . . . . .	94
6.4.1	Propriétés générales de la politique optimale . . . . .	94
6.4.2	Impact de la vitesse de l'évolution technologique sur la politique optimale . . . . .	96
6.5	Conclusions . . . . .	97

<b>IV</b>	<b>Saut technologique</b>	<b>99</b>
<b>7</b>	<b>Impact de la maintenance sur l'investissement</b>	<b>101</b>
7.1	Introduction . . . . .	101
7.2	Formulation du modèle général . . . . .	102
7.2.1	Positionnement du problème . . . . .	102
7.2.2	Formulation du critère de décision . . . . .	103
7.3	Application du modèle dans le cas d'incertitude du marché . . . . .	104
7.3.1	Modélisation du processus du profit . . . . .	105
7.3.2	Incertaince dans le prix d'achat de nouvelle technologie . . . . .	106
7.3.3	Hypothèses des fonctions du coût de maintenance, de la valeur résiduelle et l'évolution technologique . . . . .	107
7.4	Analyse des propriétés structurelles . . . . .	107
7.4.1	Propriétés du problème sans considération de l'évolution technologique . . . . .	108
7.4.2	Propriétés du problème en considérant l'évolution technologique . . . . .	110
7.4.3	Méthode d'identification de l'horizon d'étude . . . . .	114
7.5	Exemples numériques . . . . .	116
7.5.1	Identification de l'horizon d'étude . . . . .	116
7.5.2	Impact de la probabilité d'apparition . . . . .	117
7.5.3	Impact de la maintenance sur le remplacement . . . . .	119
7.6	Conclusion . . . . .	121
<b>8</b>	<b>Information et évolution technologie</b>	<b>123</b>
8.1	Introduction . . . . .	123
8.2	Formulation du problème de l'acquisition d'information . . . . .	125
8.2.1	Positionnement du problème de l'acquisition d'information . . . . .	125
8.2.2	Formulation du modèle . . . . .	126
8.3	Analyse des propriétés structurelles . . . . .	126
8.3.1	Propriétés de la distribution de probabilité et processus d'information . . . . .	127
8.3.2	Propriétés des fonctions de valeur et des politiques optimales . . . . .	128
8.4	Exemples numériques . . . . .	131
8.4.1	Paramètres d'entrée . . . . .	132
8.4.2	Analyse des Exemples numériques . . . . .	132
8.5	Conclusion . . . . .	135
<b>V</b>	<b>Conclusion générale</b>	<b>137</b>
<b>VI</b>	<b>Annexe</b>	<b>145</b>





# Liste des tableaux

2.1	Méthode de prévision de technologie . . . . .	43
5.1	Paramètres d'entrée pour l'Exemple 1 . . . . .	82
5.2	Prix d'achat de nouvelle machine pour l'Exemple 1 . . . . .	82
5.3	Politique optimale pour les trois premières périodes . . . . .	83
5.4	Impact de $u$ sur la décision d'investissement . . . . .	84
5.5	Impact de $u$ sur la politique optimale de maintenance/remplacement . . . . .	84
5.6	Impact de $\kappa$ sur la technologie optimale pour l'investissement - $\kappa_2 = 0.4 ; \kappa_3 = 1.5$ . . . . .	85
5.7	Impact de $\kappa$ sur la politique optimale de maintenance/remplacement . . . . .	86
5.8	Impact de $N$ sur le choix de technologie à investir . . . . .	87
5.9	Horizon d'étude $H^*$ assurant l'optimalité d'investissement dans la dernière technologie . . . . .	87
6.1	Paramètres d'entrée pour le problème avec pièces de rechange . . . . .	94
7.1	Paramètres d'entrée pour l'exemple du saut technologique . . . . .	116
7.2	Décision optimale à $n = 1$ pour différentes longueurs d'horizon . . . . .	117
7.3	Politique optimale dans le cas d'obsolescence . . . . .	117
8.1	Paramètres d'entrée pour Exemples numériques . . . . .	132



# Table des figures

1.1	Le développement du concept de maintenance . . . . .	26
1.2	La balance entre maintenance corrective et préventive . . . . .	28
1.3	L'organisation TPM . . . . .	30
1.4	Structure de la BCM . . . . .	32
1.5	Organisation de la BCM . . . . .	33
2.1	Courbe de Pearl-Reed avec $L = 10, A = 1$ . . . . .	44
2.2	Courbe de Gompertz avec $L = 10, A = 1$ . . . . .	45
2.3	Le processus de maintenance/réparation . . . . .	51
3.1	Moyens d'acquisition d'information selon le type d'incertitude . . . .	62
3.2	Classification des méthodes d'évaluation des options réelles . . . .	64
5.1	Illustration des effets des options de $DN, M, I$ . . . . .	78
6.1	Politique optimale dans le cas non-obsolescence ( $k = j = 1$ ) . . . .	95
6.2	Politique optimale dans le cas obsolescence ( $k = 2, j = 1$ ) . . . .	96
6.3	Politique optimale dans le cas obsolescence ( $k = 3, j = 1$ ) . . . .	97
6.4	Impact de la vitesse d'évolution technologique sur la politique optimale . . . . .	97
7.1	Impact de probabilité d'apparition de nouvelle technologie sur le seuil de maintenance pour les trois premières périodes . . . . .	118
7.2	Impact de probabilité d'apparition de nouvelle technologie sur le seuil de remplacement pour les trois premières périodes . . . . .	118
7.3	Comparaison des régions de maintenance pour les trois premières périodes . . . . .	119
7.4	Impact de l'efficacité de maintenance sur le seuil de remplacement dans le cas de non obsolescence . . . . .	120
7.5	Impact de l'efficacité de maintenance sur le seuil de remplacement dans le cas d'obsolescence . . . . .	120
7.6	Région de maintenance dans le cas de prix d'achat élevé de la nouvelle technologie . . . . .	121
8.1	Politiques optimales . . . . .	133
8.2	Impact de la probabilité d'apparition de la nouvelle technologie sur la valeur de $A$ . . . . .	134



# Liste des notations

## Notations générales

- $x$  : mesure de l'état de dégradation du système,  $x \in X$
- $m$  : état de défaillance du système
- $\tau$  : intervalle d'inspection, autrement-dit intervalle de décision.
- $n$  : époque de décision
- $N$  : horizon d'étude
- $\mathcal{A}$  : ensemble des actions possibles à tout moment
- $DN$  : option de Ne rien faire
- $M$  : option de Maintenir
- $I$  : option d'Investissement
- $G(x)$  : profit cumulé dans une période de décision

## Notations de la Partie II

- $V^\pi(.)$  : valeur actualisée estimée maximale sur l'horizon du temps fini
- $V_n(.)$  : valeur actualisée estimée maximale à partir de l'époque de décision  $n$  jusqu'à la dernière époque  $N$
- $\lambda$  : facteur d'actualisation,  $\lambda \in [0, 1]$
- $j$  : technologie utilisée
- $k$  : dernière technologie disponible
- $h$  : une des technologies disponibles sur le marché au moment de la décision,  $j \leq h \leq k$
- $p_j(x'|x)$  : probabilité de transition de l'état de détérioration du système de la  $j$ -ème technologie.
- $p_{k+1}^{n+1}$  : probabilité non-stationnaire que la technologie  $k + 1$  apparaisse dans l'intervalle  $\tau$  sachant  $k$ , la dernière technologie disponible à l'époque de décision  $n$ 
  - $\delta$  : facteur qui représente la probabilité de non-apparition de la prochaine génération dans l'intervalle de décision suivant lorsque la dernière technologie disponible à l'époque actuelle  $n$  est  $k$  et  $k \equiv n$
  - $\varepsilon$  : vélocité du marché en tant que vitesse d'augmentation d'apparition de nouvelles technologies au cours du temps
- $c_{n,h}$  : prix d'achat d'une nouvelle technologie  $h$  à l'époque de décision  $n$ 
  - $u$  : facteur caractérisant l'augmentation du prix d'achat entre deux générations consécutives,  $u > 1$
  - $\nu$  : taux de décote du prix d'une même technologie par unité de temps,  $\nu \leq 1$ .

- $c_{1,1}$  : prix d'achat de la première génération technologique à l'époque décision initiale
- $MLR$  : vie résiduelle moyenne du système

## Notations du Chapitre 5

- $\{X(t), t > 0\}$  : processus de dégradation
- $\zeta$  : seuil de défaillance
- $\beta$  : paramètre d'échelle de la distribution de Gamma stationnaire présentant l'évolution de détérioration d'un système
- $\alpha_j$  : paramètre de forme de la distribution de Gamma stationnaire présentant l'évolution de détérioration du système de  $j$ -ème génération technologique
  - $\kappa$  : facteur caractérisant l'amélioration de  $\alpha_j$  entre deux générations consécutives,  $\kappa < 1$
  - $b$  : seuil minimal de valeur  $\alpha_j$  lorsque  $j \rightarrow \infty$ ,  $b > 0$
- $d$  : efficacité supposée connue de la maintenance
- $c_M(x)$  : coût de maintenance
  - $c_0$  : coût d'installation de la maintenance
  - $r_c$  : facteur de croissance du coût de maintenance en fonction de l'état de dégradation,  $x$
- $b_{n,j}(x)$  : valeur résiduelle du système actuel à l'époque de décision  $n$ 
  - $h_2$  : décote d'un produit neuf remis sur le marché (la perte de la TVA par exemple dans le cas d'une voiture neuve),  $h_2 < 1$
  - $v$  : facteur de décroissance de la valeur résiduelle en fonction de  $MRL$  du système
- $G(x)$  : profit cumulé dans une période de décision sachant que l'état de détérioration au début de cette période  $x$ 
  - $g_0$  : profit cumulé dans une période de décision du système neuf
  - $r_g$  : facteur de décroissance du profit en fonction de l'état de dégradation  $x$

## Notations du Chapitre 6

- $n_p$  : nombre de pièces de rechange accompagnant le nouveau système
- $s$  : nombre de pièces de rechange dans le stock
- $c_s$  : coût de stockage par unité de pièce de rechange dans une période
- $G_j(x)$  profit cumulé dans une période du système de  $j$ -ème génération technologique sachant  $x$ , l'état de dégradation au début de cette époque
  - $g_0$  : profit cumulé dans une période de décision avec un système neuf
  - $a_1$  : facteur de décroissance du profit en fonction de l'état de dégradation  $x$
  - $r_1$  : facteur d'amélioration du profit cumulé entre les deux générations technologiques consécutives
- $IM$  : maintenance imparfaite
  - $\theta$  : pièces de rechange utilisées pour réaliser la maintenance imparfaite
  - $c_1$  : coût de maintenance imparfaite
- $PM$  : maintenance parfaite
  - $\eta(x)$  : pièces de rechange utilisées pour réaliser la maintenance parfaite
  - $c_2$  : coût de maintenance parfaite

- $\psi(x, t)$  : fonction de survie du système à l'état  $x$  sur l'intervalle de longueur  $t$ ,  $\forall t > 0$
- $\alpha_j$  : taux de défaillance du composant
  - $a$  : valeur du taux de défaillance du composant de première génération technologique
  - $b$  : facteur d'amélioration du taux de défaillance entre deux générations technologiques
- $b_{n,j,k}(x)$  : valeur résiduelle du système de technologie  $j$  à l'état de dégradation  $x$  à l'époque de décision  $n$  sachant la dernière technologie disponible sur le marché,  $k$ 
  - $h_2$  : décôte d'un produit neuf remis sur le marché
  - $h_r$  : facteur de croissance de la valeur résiduelle en fonction de la différence entre la technologie courante et la dernière technologie disponible

## Notations de la Partie III

- $V_n^N(x)$  : valeur actualisée maximale de l'époque de décision  $n$  jusqu'à la dernière époque  $N$ , étant donné que la nouvelle technologie n'est pas encore apparue à l'époque  $n$
- $\hat{V}(\theta_i, x)$  : valeur actualisée maximale sur l'horizon infini après l'apparition de nouvelle technologie avec le prix d'achat  $c_1$
- $\tilde{V}(x)$  : valeur actualisée maximale sur l'horizon infini lorsqu'on ne considère pas la possibilité du saut technologique dans l'avenir
- $p_n$  : probabilité d'apparition de nouvelle technologie à l'époque  $n$  sachant qu'elle n'apparaît pas encore à  $n - 1$ 
  - $\delta$  : probabilité de non apparition de nouvelle technologie à l'époque de la décision suivante
  - $\varepsilon$  : augmentation du taux de la probabilité d'apparition au fil du temps
- $c_0$  : prix d'achat de courant technologie
- $c_1$  : prix d'achat de nouvelle technologie
- $r$  : taux d'actualisation par unité de temps donné,  $e^{-r\tau} = \lambda$
- $d$  : efficacité de maintenance
- $c_M(\cdot)$  : coût de maintenance du système
  - $\nu$  : coût d'installation de maintenance
  - $h_1$  : facteur de croissance du coût de maintenance en fonction de l'état du système

## Notations du Chapitre 7

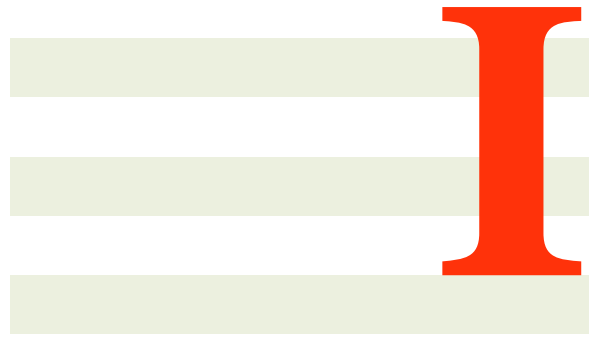
- $g_u$  : processus du profit au fil du temps  $u$ 
  - $\mu_j$  : facteur du processus de mouvement Brownien, caractérisant la perte de productivité économique liée indirectement à la diminution de la performance technique de la machine à cause de la détérioration
  - $\sigma$  : volatilité du marché par unité de temps
- $g_n^j$  : profit instantané observé au début de la période de décision  $n$  par le système de technologie  $j$
- $m_g$  : facteur entre l'état actuel du système et le profit cumulé dans une période de décision

- $\Psi$  : ensemble d'états discrets de profit instantané
- $g$  : état de profit instantané
- $b_j(g)$  : valeur résiduelle du système de technologie  $j$  sachant que le profit instantané généré par ce système soit  $g$ 
  - $v$  : valeur résiduelle du système en panne
  - $h_2$  : facteur de décroissance de la valeur résiduelle en fonction de profit instantané généré par ce système
- $1 \rightarrow DN, 2 \rightarrow M, 3 \rightarrow I$ 
  - $dyz_n^N(g)$  : différence entre valeur de l'option  $z$  et celle de l'option  $y$  dans le cas non-obsolescence, pour tous  $y \in 1, 2; z \in 2, 3$  et  $y < z$
  - $dyz_n^N(g)^+$  : borne supérieure pour  $dyz_n^N(g)$
  - $dyz_n^N(g)^-$  : borne inférieure pour  $dyz_n^N(g)$
  - $\Delta yz(c_1, g)$  : différence entre valeur de l'option  $z$  et celle de l'option  $y$  dans le cas obsolescence, pour tout  $y \in 1, 2, z \in 2, 3$  et  $y < z$
  - $\Delta yz_n^N(g)^+$  : borne supérieure pour  $dyz_n^N(g)$
  - $\Delta yz_n^N(g)^-$  : borne inférieure pour  $dyz_n^N(g)$

## Notations du Chapitre 8

- $A$  : option Acquérir l'information
- $c_s$  : coût d'information
- $s_j$  : signal d'information,  $s_j \in S$
- $\theta_i$  : profit total estimé après investissement (après la soustraction du prix d'achat),  $\theta_i \in \Theta$ 
  - $i$  niveau du profit attendu
- $\pi^p$  : distribution de probabilité sur l'ensemble des valeurs de  $\Theta$
- $f(s_j; \pi^p)$  : probabilité prédictive de l'information  $s_j$  sachant  $\pi^p$
- $L(s_j|\theta_i)$  : fonction de vraisemblance ou probabilité d'obtenir l'information  $s_j$  sachant un niveau de profit attendu  $\theta_i$
- $\pi'^p(\pi^p, s_j)$  : distribution de probabilité à posteriori sur l'ensemble des valeurs de  $\Theta$  après avoir eu l'information  $s_j$
- $b(x)$  : valeur résiduelle du système sachant l'état de dégradation  $x$ 
  - $h_2$  : facteur de décroissance de la valeur résiduelle en fonction de profit instantané généré par ce système





## **Introduction générale**



# Introduction

Dans un contexte industriel de recherche permanente d'efficacité opérationnelle pour une maîtrise des coûts et une meilleure réactivité des entreprises, la maintenance se doit de continuer sa mutation tant sur les aspects organisationnels que méthodologiques. Cette évolution largement engagée se traduit notamment par la production et la mise en place systématique de méthodes d'identification et de réduction des impacts négatifs des défaillances sur l'ensemble des processus opérationnels de l'entreprise dès la phase de conception des systèmes. La complexification des environnements décisionnels ainsi que la recherche de garantie de performance tendent à la production de nouveaux modèles décisionnels reposant sur des formalismes mathématiques avancés (le lecteur pourra se référer par exemple à [Wan02] pour un état de l'art des modèles de maintenance préventive). Plus récemment, le potentiel d'optimisation économique de la maintenance a été étendu grâce à une meilleure prise en compte des objectifs de maintenance au niveau stratégique de l'entreprise. Ce dernier point est aujourd'hui sujet à nombreuses recherches développées principalement dans des communautés scientifiques orientées sciences économiques et de gestion.

C'est clairement dans ce contexte que se situe notre travail de recherche. Le sujet général de la thèse est d'étudier des contextes décisionnels combinant optimisation de la maintenance de systèmes industriels et stratégies d'investissement de nouveaux matériels dans les conditions d'incertitude de l'environnement d'affaire, notamment sous l'évolution technologique. Nous nous attacherons principalement à développer des nouveaux modèles décisionnels pour prendre en compte de manière simultanée les aspects investissement comme potentiel d'amélioration des performances du système de production au niveau tactique et les aspects optimisation des performances au niveau opérationnel.

Le mémoire est organisé en trois parties.

- La première partie a pour objectif de positionner le travail de la thèse. Dans un premier temps, on cherchera à mettre en évidence l'intérêt de construire des modèles intégrant l'optimisation de la maintenance et des stratégies d'investissement de nouveaux matériels et on présentera les modèles existants dans la littérature. Dans un second temps, on se focalisera sur l'analyse des options réelles comme outil flexible pour l'optimisation de la décision conjuguant préoccupations opérationnelles et stratégiques.

**Dans le chapitre 1** on présente les principales typologies liées à l'étude de la maintenance ainsi qu'une analyse de l'évolution de l'organisation de maintenance au fil du temps dans le contexte industriel. Cette analyse renforce le nouveau rôle que peut jouer la maintenance d'un point de vue économique et ses

effets positifs sur la décision d'investissement dans de nouveaux actifs. Pour conclure ce chapitre, la nécessité de construire les modèles prenant en compte le rapprochement entre la maintenance et l'investissement est soulignée.

**Dans le chapitre 2** une étude de bibliographie est présentée pour illustrer l'évolution de modèles pour prendre en compte des exigences et des contextes de décision de plus en plus larges. On propose de présenter ces modèles de maintenance suivant deux orientations.

- La première orientation est le développement de modèles d'intégration de connaissances sur les modes de défaillance, les mécanismes de dégradation et les effets de diverses maintenance sur ces processus.
- La seconde orientation est la production de modèles décisionnels de plus en plus larges pour notamment mieux appréhender les contextes globaux de l'entreprise. On va centrer notre étude sur deux processus connexes : le processus de pièces de rechange et le processus de l'investissement surtout lorsqu'il est posé dans un contexte d'incertitude sur les nouvelles technologies.

Une analyse de ces modèles met en évidence la nécessité de construire de nouveaux modèles décisionnels flexibles qui devraient permettre de combiner de manière simultanée les objectifs opérationnels à court terme et les préoccupations d'investissement dans des nouvelles technologies à long terme.

**Dans le chapitre 3** on va détailler le concept d'option réelle comme outil flexible permettant le passage d'une évaluation statique à une évaluation dynamique dans un environnement incertain. L'adéquation des options réelles dans le projet de maintenance / investissement sous évolution technologique est souligné par l'analyse de leurs quatre conditions principales : présence de flexibilité, d'incertitude, d'irréversibilité et de révélation d'information. Par ailleurs, une étude de mise en œuvre des diverses approches d'évaluation des options réelles est présentée. Pour conclure ce chapitre, on identifie la méthodologie d'évaluation du projet de maintenance / investissement qui nous semble la plus appropriée dans notre contexte.

**Dans le chapitre 4** au vu du contexte général de cette thèse et l'analyse bibliographique, on définit le cadre de notre travail avant de préciser les grandes lignes des objectifs que nous chercherons à atteindre. On choisit d'étudier les modèles qui combinent les intérêts opérationnels de la maintenance et la stratégie d'investissement / remplacement de matériel dans un contexte d'évolution technologique. Les préoccupations les plus courantes dans le domaine de l'optimisation de la maintenance reposent classiquement sur des ratios de coûts et de performances "fonctionnelles" du système, modélisées par le biais d'indicateurs de dégradation ou encore de taux de défaillance. La décision d'investissement sera elle motivée, d'une part, par le niveau d'obsolescence du système actuel par rapport aux performances connues ou estimées des technologies disponibles ou à venir et, d'autre part, par l'estimation du retour d'investissement en intégrant la vente de l'actif et d'un éventuel stock de pièces de rechange. Par ailleurs, nous aborderons le problème de l'acquisition d'information sur les performances de nouvelles technologies défini comme l'un des challenges pour la prise de décision en investissement.

- La seconde partie du mémoire est consacrée à la construction de modèles de maintenance et investissement sous l'évolution technologie dont la fréquence

d'apparition des nouvelles générations est du même ordre de grandeur que la durée de vie d'un composant. Les règles de maintenance et d'investissement sont à définir simultanément. Nous élargissons ensuite ces modèles pour traiter la problématique du dimensionnement et de l'obsolescence des stocks de pièces de rechange.

**Dans le chapitre 5** on met en place une première modélisation justifiant l'intérêt d'une prise en compte simultanée, dans la décision, de performances techniques liées à une dégradation physique d'un matériel et les potentiels bénéfices économiques liés à une arrivée probable sur le marché de technologies plus performantes. Plus précisément, on propose un modèle de maintenance / remplacement pour des systèmes soumis à une détérioration stochastique continue pour lesquels l'évolution technologique est séquentielle (plusieurs technologies peuvent apparaître). Dans ce cadre, on suppose que l'apparition d'une nouvelle technologie est donnée par une probabilité non stationnaire en fonction du temps. L'impact d'une nouvelle technologie peut être représenté non seulement d'un point de vue économique mais aussi en termes de la performance de détérioration du système. Ces travaux ont été présentés et publiés partiellement dans les actes de la conférence internationale ESREL 2010 [NCY10a].

**Dans le chapitre 6** on étend le modèle pour mesurer l'impact de la gestion de stock des pièces de rechange dans l'ensemble des décisions, maintenance et investissement dans un contexte dynamique du marché. La performance du système peut être partiellement ou totalement retrouvée par des actions de maintenance qui ont besoin des pièces de rechange alimentés par un stock. De nouveaux systèmes qui sont généralement vus comme des améliorations technologiques peuvent apparaître sur le marché. Par ailleurs, ces évolutions technologiques entraînent l'obsolescence des pièces de rechange disponibles. A chaque instant, il est alors nécessaire de définir la meilleure action à réaliser parmi un ensemble d'actions possibles en fonction de l'environnement actuel. Ces travaux ont été présentés au 16th International Symposium on Inventories (à Budapest), [NCY10b] et soumis, dans une version étendue, à publication dans la revue scientifique International Journal of Production Economics, [NCY12d].

- La troisième partie se concentre sur la problématique de maintenance / investissement lorsque la fréquence d'apparition de nouvelles technologies est relativement faible. Dans ce contexte, il est nécessaire de conduire une étude de l'horizon d'étude à prendre en compte pour garantir la robustesse à la décision. Enfin, l'introduction d'une nouvelle option d'achat d'information sur les technologies à venir est aussi présentée.

**Dans le chapitre 7** on développe un modèle intégrant des hypothèses plus réalistes de l'environnement d'investissement de nouvelle technologie, qui prennent en compte le caractère stochastique et incertain sur les coûts et les revenus associés. La rentabilité du système est représentée par un processus stochastique du profit défini à la fois par les performances techniques du système, et l'incertitude du marché. On suppose que la performance technique du système est relative à son état de détérioration. Pour modéliser ce processus, on utilise un mouvement Brownien géométrique (GBM) qui est l'un des modèles les plus utilisés pour les flux de profits / coûts dans le domaine financier. Par

ailleurs, on suppose qu'une seule nouvelle technologie puisse apparaître dans le marché avec une probabilité non-stationnaire. L'innovation technologique est caractérisée par une amélioration sur le profit initial (le profit est généré au moment de l'installation du nouveau système) avec la dérive au cours du temps du flux de profit. Parallèlement, on relaxe l'hypothèse d'un prix d'achat d'une nouvelle technologie déterministe. En raison de l'incertitude du moment d'apparition de nouvelle technologie et de la volatilité des prévisions du coût au fil du temps, on utilise également le mouvement brownien géométrique pour modéliser ces caractéristiques. Ces travaux sont partiellement publiés dans les actes de la conférence internationale ESREL 2011, [NCY11] et soumis, dans une version étendue, à publication dans la revue scientifique *European Journal of Operational Research*, [NCY12c].

**Dans le chapitre 8** on aborde le problème de l'acquisition d'information et l'impact de ce niveau de connaissance sur les technologies à venir pour la planification de maintenance / investissement. On propose une approche de décision définie en deux étapes. La première étape consiste à estimer le besoin d'acquisition d'une information supplémentaire en fonction de l'état de la situation globale, sachant un coût associé à l'acquisition d'une information supplémentaire. La seconde étape consiste à définir l'opération sur le système en fonction du niveau d'information classique ou renforcé. Cette approche permet d'étudier l'opportunité de l'acquisition d'information sur la rentabilité de nouvelle technologie et détermine la stratégie de maintenance basée sur le paramètre de fonctionnement du système. Ces travaux sont partiellement présentés à la conférence internationale EURO 2012, [NCY12a] et publiés dans l'acte de la conférence internationale ICEMMS 2012, [NCY12b].



## **Introduction au projet de maintenance / investissement sous l'évolution technologique**





# Maintenance dans le Contexte Industriel

## 1.1 Introduction

Longtemps vue comme un mal nécessaire, la maintenance est devenue une réelle préoccupation dans le domaine de l'organisation industrielle. Elle s'est affirmée comme un véritable enjeu compétitif, tant sur l'assurance des performances de disponibilité des matériels existants qu'en termes de sécurité, de qualité et de coûts, par exemple. On note aussi la prise en compte de nouvelles préoccupations telles que les aspects environnementaux par le biais de la réduction des émissions de déchets polluants ou encore le recyclage des systèmes en fin de vie. Aujourd'hui, elle est perçue comme un processus industriel à part entière lorsqu'elle n'est pas identifiée comme une des activités principales de l'exploitation industrielle. On pense ici notamment à une activité industrielle telle que la production énergétique nucléaire ou éolienne, par exemple, pour laquelle les coûts de maintenance devraient évoluer de 10% en 2010 à 30% du budget de fonctionnement global en phase d'exploitation en 2012. Cette prise en compte se traduit par une vision plus globale avec la mise en évidence des diverses interactions avec les processus traditionnels et le développement de nouveaux processus tels que la "logistique de maintenance". Ainsi, cette évolution positionne les objectifs du gestionnaire de maintenance à un niveau décisionnel stratégique tout en assurant les objectifs des affaires de l'entreprise.

L'objectif de ce chapitre est de présenter les concepts élémentaires en maintenance et ainsi faire l'analyse des méthodes d'organisation de la maintenance dans un contexte industriel pour répondre aux problématiques générales énoncées ci-dessus. Ceci permettra de capturer l'évolution des méthodes d'organisation de maintenance dans le domaine industriel et de bien préciser le contexte de notre travail, notamment sur l'aspect de l'intégration des activités de maintenance dans les autres processus, basée sur les objectifs d'affaires de l'entreprise.

L'organisation de ce chapitre est la suivante. La section [1.2](#) peut être vue comme

une introduction à la maintenance pour laquelle on rappellera les terminologies et concepts associés. Dans la section 1.3, les différentes approches d'organisation de la maintenance industrielle seront brièvement discutées d'une manière chronologique. L'objectif de la section 1.4 sera de présenter un peu plus précisément le dernier concept de maintenance plutôt orientée *affaires*, la Business-Centered Maintenance (BCM). Ceci nous permettra de mettre en évidence les nouveaux besoins en termes d'outils d'aide à la décision et particulièrement de modèles théoriques de maintenance pour favoriser le rapprochement des intérêts de la maintenance opérationnelle et des préoccupations stratégiques de l'entreprise, notamment sur l'aspect investissement et innovation technologique.

## 1.2 La maintenance et ses terminologies

Avant de préciser dans le chapitre 4 les objectifs de cette thèse, nous proposons ici de discuter de la problématique générale de la maintenance en rappelant sa définition, ses objectifs ainsi que ses activités principales.

### 1.2.1 Définition de la maintenance

D'après la norme européenne - norme française [AFN01], la maintenance est définie comme l' "*Ensemble de toutes les actions techniques, administratives et de management durant le cycle de vie d'un bien, destinées à le maintenir ou à le rétablir dans un état dans lequel il peut accomplir la fonction requise*".

Outre l'activité classique de dépannage ou encore de maintien du système technique, cette définition souligne la part grandissante de l'aspect management relié par ailleurs à la notion de cycle de vie. Ce dernier point permet de renforcer clairement l'intérêt, voire la nécessité, de considérer la maintenance comme un processus complexe et d'étudier ses interactions avec les autres préoccupations de l'entreprise. La norme [AFN01] complète cette définition avec la précision des objectifs que nous nous proposons de présenter dans la section suivante que nous pouvons retrouver dans [Dek96].

### 1.2.2 Objectifs de la maintenance

Dekker dans [Dek96] décompose les objectifs de la maintenance en 4 points en fonction du domaine d'application et des priorités du décideur :

1. *Assurer le fonctionnement du système* généralement vis-à-vis d'objectifs de production. C'est la vision la plus commune de la maintenance dans le domaine du Génie Industriel. Elle se mesure au travers d'indicateurs fonctionnels tels que la fiabilité, la disponibilité, son efficacité et aussi au travers d'indicateurs qualité tels que le taux de rebut. Dans ce contexte, il est possible d'évaluer la valeur économique des résultats de maintenance au travers de ces indicateurs.
2. *Maintenir la valeur économique du bien (asset management)*. Grâce à la maintenance, on préserve l'état du système et augmente sa durée d'usage. Cet objectif est particulièrement étudié dans le domaine des structures civiles pour lesquelles il peut être difficile de mesurer l'effet de maintenance et de

définir la notion de défaillance, par exemple, à quel niveau de dégradation juge-t-on une route défaillante.

3. *Assurer la sécurité des biens et des hommes.* La sécurité est le premier objectif dans les cas où la défaillance peut causer des conséquences dramatiques, tels que domaine nucléaire, l'aviation. L'objectif de maintenance dans ces cas est d'assurer que le niveau de risque reste inférieur à une limite stricte et appropriée. De-là, l'inspection et l'examen sont des missions essentielles qui jouent le rôle important dans le processus de maintenance.
4. *Assurer le bien-être de l'humanité.* On considère le bien-être de l'Homme comme objectif dans les cas où il n'y a pas la relation directe avec les aspects économiques ou techniques, mais plutôt d'ordre psychologique, par exemple, la restauration d'œuvres d'art telles que les peintures, les statues, etc. Cet objectif est le plus difficile à quantifier.

L'objectif principal de cette thèse portera sur la combinaison des deux premiers points au travers de considérations économiques pour la prise de décision dans un contexte de production industrielle. Nous nous attacherons à optimiser la décision de maintenance sur le plan de la planification d'une intervention qui peut être décomposée suivant les trois phases suivantes :

1. *Préparation de la maintenance.* Dans cette phase, on identifie l'objet, l'objectif et l'environnement de maintenance, notamment la disponibilité des moyens de maintenance. L'inspection ou la surveillance permettent d'estimer l'état du système soit de manière ponctuelle ou continue. À l'issue de ce diagnostic, on définit les moyens à mettre en place et l'action de maintenance à proprement parlé.
2. *Exécution de la maintenance.* On peut classer les opérations de maintenance en trois groupes suivant leur degré d'efficacité/restauration : maintenance parfaite, imparfaite et minimale.
  - La maintenance parfaite remet le système à l'état neuf (As Good As New, AGAN). On l'associe généralement au remplacement par un système identique et neuf.
  - La maintenance imparfaite est l'activité qui restaure le système à un meilleur état qu'auparavant mais moins efficace que l'état neuf, telle que la révision (Overhaul). Selon [AFN01], la révision qui peut être exécutée à des intervalles de temps prescrits ou après un nombre déterminé d'opérations, comprend un ensemble complet d'examen et d'actions réalisés afin de maintenir le niveau requis de disponibilité et de sécurité. On l'associe généralement à la réparation avec un niveau de réparation connu ou incertain. Par ailleurs, les niveaux de réparation peuvent être spécifiés ou alors fonction de l'état du système avant maintenance.
  - La maintenance minimale permet uniquement de remettre le système en fonctionnement sans pour autant en améliorer les performances (As Bad As Old, ABAO). On considère le dépannage comme un exemple pour cette activité. Il comprend des actions physiques exécutées pour permettre au système en panne de recommencer à fonctionner pendant une durée limitée jusqu'à ce que la réparation ou le remplacement soit réalisé.
3. *Après la maintenance.* L'essai de fonctionnement et l'essai de conformité sont menés pour vérifier que le système est capable d'accomplir la fonction requise ou que sa caractéristique est conforme ou non aux spécifications nominales.

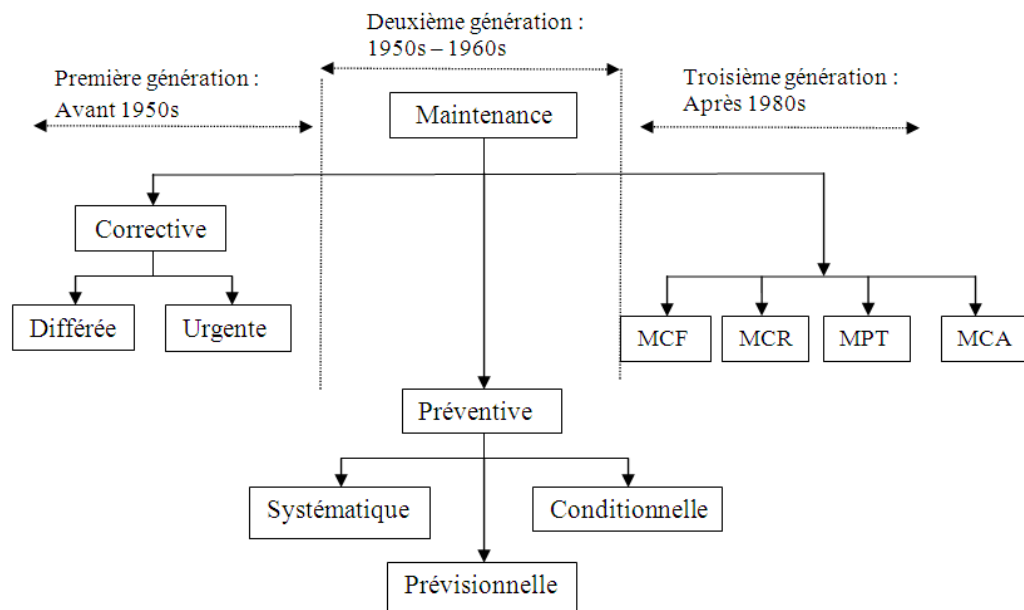


FIGURE 1.1 – Le développement du concept de maintenance

### 1.3 Analyse des méthodes d'optimisation de maintenance

Pour suivre le développement technologique et les contraintes croissantes d'efficacité de nos sociétés, les approches de maintenance et les concepts associés ont dû évoluer. De nombreux travaux de synthèse [Dek96, Wan02, WP01, Als07] présentent les différentes politiques et leur applicabilité en contexte opérationnel. On peut classer ces approches en trois niveaux avec d'un côté deux niveaux associés aux typologies mêmes de ces politiques, correctives ou préventives, et de l'autre côté l'organisation de la maintenance avec une vision plus systémique de celle-ci. Cette classification est représentée dans la figure 1.1

#### 1.3.1 Première génération de maintenance

Avant les années 1950s, l'industrie a commencé ses premiers pas de développement. La mécanisation était très limitée et les systèmes étaient généralement de conception simple et surtout très spécifiques. Par ailleurs, les contraintes de productivité permettaient de définir des stratégies de production suffisamment robustes aux aléas et notamment aux aléas de panne. Par ailleurs, les coûts de stockage, notamment des pièces de rechange, n'étaient pas forcément pris en compte dans la valeur des actifs. Les stratégies de maintenance consistaient essentiellement à faire fonctionner les systèmes jusqu'à la défaillance pour ensuite les réparer ou éventuellement les remplacer.

La première approche de maintenance peut être décrite comme la maintenance corrective, où aucune mesure n'est prise pour prévenir les défaillances ou pour détecter la survenue d'un échec. Elle est exécutée après détection d'une panne et destinée à remettre un bien dans un état dans lequel il peut accomplir une fonction requise [AFN01]. La maintenance corrective peut être :

- différée : la maintenance n'est pas exécutée immédiatement après la détection d'une panne, mais est retardée en accord avec des règles de maintenance données.
- urgente : la maintenance est exécutée sans délai dès la détection d'une panne afin d'éviter des conséquences inacceptables.

Les coûts de maintenance corrective sont généralement élevés, mais cette approche peut être considérée comme rentable et est encore appliquée dans les domaines où les contraintes de sécurité sont faibles ou sur des systèmes non sujets à vieillissement.

### 1.3.2 Deuxième génération de maintenance

La fin des années 50s est synonyme des débuts de la société de consommation. Ceci se traduit notamment par une évolution de la technologie en nombre et en complexité pour satisfaire à la demande croissante de biens, d'énergie et de transports. Les industries de production de masse doivent faire face à des marchés de plus en plus tendus qui leur imposent une réactivité et une productivité accrues. L'exploitation des nouvelles énergies est sujette à des exigences sécuritaires plus strictes en termes de maîtrise de ces moyens de production et il en est de même pour les transports au vu de leur multiplication et le développement du transport aérien. Sur le plan de la maintenance, ceci se traduit aussi par une meilleure maîtrise des systèmes de production et la définition des premières politiques de maintenance préventive.

La maintenance préventive est définie comme les activités exécutées à des intervalles prédéterminés ou selon des critères prescrits et destinée à réduire la probabilité de défaillance ou la dégradation d'un système [AFN01]. Il existe trois types de maintenance préventive :

- **Maintenance systématiques.** C'est la première forme de maintenance préventive qui est apparue dans les années cinquante-soixante. Elle est exécutée à des intervalles de temps préétablis ou selon un nombre défini d'unités d'usage dans le but de rétablir complètement ou partiellement la fonction requise d'un système. L'opération de maintenance est effectuée conformément à un calendrier déterminé a priori qui ne tient en aucun compte de l'état du système. Elle est intéressante pour des systèmes ayant un coût d'entretien faible, une productivité monotone et un faible niveau de sécurité.

Dans les années 1970s, l'évolution des sciences et technologies a motivé l'intégration de la technologie d'information dans le domaine de la maintenance. L'apparition de capteurs et de systèmes de surveillance a marqué la naissance de deux nouveaux concepts : la maintenance conditionnelle et la maintenance prévisionnelle qui ont débuté principalement dans les industries aéronautique et de défense.

- **Maintenance conditionnelle.** C'est la maintenance préventive dont les actions sont basées sur la surveillance du fonctionnement du système et/ou des paramètres significatifs de fonctionnement. Les paramètres significatifs de fonctionnement sont des mesures caractéristiques des systèmes telles que la vibration, la température, le degré d'érosion, la qualité du lubrifiant utilisé, etc. La surveillance du fonctionnement et des paramètres peut être exécutée selon un calendrier, à la demande ou de façon continue. La décision d'intervention est alors fonction de seuils critiques qui sont déterminés en amont.

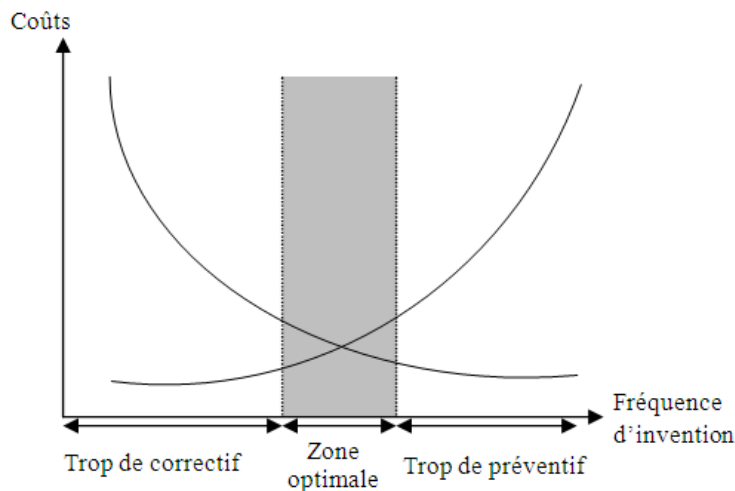


FIGURE 1.2 – La balance entre maintenance corrective et préventive

- **Maintenance prévisionnelle.** C'est un cas particulier de la maintenance conditionnelle. Elle est exécutée en suivant les prévisions extrapolées de l'analyse et de l'évaluation des paramètres significatifs de la dégradation du système. La différence entre la maintenance prévisionnelle et la maintenance conditionnelle est qu'on ne fixe pas de seuils pour les indicateurs mais la décision est basée sur l'analyse de l'évolution de ces indicateurs pendant tout le processus de fonctionnement du système.

Dans le milieu industriel, la combinaison entre maintenance préventive et maintenance corrective est à la fois nécessaire et implicite. En effet, la maintenance préventive peut réduire la probabilité de défaillance mais ne pourra pas juguler totalement la défaillance qui arrive aléatoirement. L'augmentation du nombre d'intervention préventive, figure 1.2, permet de réduire les coûts et impacts de l'indisponibilité non maîtrisée du système mais provoque une augmentation du coût global par le biais de coûts d'inspection et d'exécution des maintenances préventives. Un des challenges pour le management est de trouver la balance optimale.

### 1.3.3 Troisième génération de maintenance

La troisième génération des approches de maintenance est liée principalement à la constante recherche de la compétitivité des entreprises et surtout la réduction des coûts de production. Il devient nécessaire de faire de la maintenance au plus juste en fonction des différents critères de performance et donc de prioriser les actions et d'identifier de manière quasi-systématique les causes des défaillances. C'est le principe même de cette nouvelle génération dont les deux principales sont la maintenance centrée sur la fiabilité (RCM - Reliability Centered Maintenance) et la maintenance centrée sur le risque (RBM - Risk Based Maintenance). Ces approches sont basées sur la connaissance de l'état véritable du système, la recherche des modes de défaillances et la prise d'actions proactives visant à éliminer les causes de défaillance.

**Maintenance centrée sur la fiabilité - RCM :** Cette approche de maintenance de troisième génération cherche à maximiser la disponibilité du système au meilleur

coût possible, en procédant au bon entretien au bon moment. La RCM a tout d'abord été appliqué dans l'industrie de l'aviation. Ensuite, elle est utilisée par nombreuses industries telles que l'industrie navale, l'industrie chimique, l'industrie nucléaire, etc. Elle apparaît également dans le secteur de la gestion immobilière [Cot00, Rau98, SA11].

**Maintenance centrée sur le risque - RBM :** Son objectif est de mieux cerner les risques et de s'assurer du respect des exigences prescrites par les autorités de sûreté et au meilleur coût possible. Elle trouve son intérêt dans les domaines où la défaillance peut provoquer les conséquences très graves tels que la production d'énergie nucléaire. En effet, la RBM est proposée d'abord aux matériels passifs des centrales nucléaires américains et suit les règles définies par l'American Society of Mechanical Engineers (ASME). Les derniers jours, son application s'est élargie dans plusieurs domaines industriels (pétrochimie, chimie, papier, acier, énergie,...) qui veulent améliorer leur efficacité économique tout en respectant des critères de sûreté et de l'environnement.

Cependant, la RCM et la RBM se focalisent sur les aspects techniques de la défaillance et des opérations de maintenance sans intégrer la dimension organisationnelle. On cherche alors à améliorer la réactivité de la maintenance par la recherche de l'efficacité organisationnelle. Ceci passe par la création de partenariats interne et externe entre la maintenance et les autres services de l'organisation. Ainsi, un nouveau concept de maintenance apparaît qui peut être décrit comme un processus orienté organisation d'entreprise. On peut considérer la Maintenance productive totale (TPM - Total Productive Maintenance) comme le représentant de ce groupe. Une innovation clé de la TPM est que les opérateurs prennent une plus grande responsabilité par rapport la maintenance de base - ce qu'on appelle la maintenance autonome.

**La maintenance productive totale - TPM** a été définie et mise en place initialement dans des compagnies japonaises. Elle provoque un changement fondamental à tous les niveaux de l'organisation - depuis les lignes d'opérateurs au plus haut niveau de la direction. Autrement-dit, avec le concept de TPM, la maintenance devient une philosophie complète qui comprenait un plan des activités pour la durée de vie de l'équipement, et un processus d'amélioration continue impliquant tous les individus et tous les départements [MSC99, CLI<sup>+</sup>05]. En effet, l'organisation de la TPM doit être conçue pour l'ensemble des départements des entreprises car elle se doit d'être intégrée aux autres actions que poursuit l'entreprise. Elle est présentée dans la figure 1.3.

L'organisation de la TPM repose sur une méthode de suivi des processus de production en temps réel par le biais de la surveillance des paramètres de fonctionnement du système et les tests qualité produits. Par ailleurs, les données production doivent permettre la détection au plus tôt des pannes mineures ainsi qu'un pré-diagnostic des pannes importantes. Toujours au niveau opérationnel, la TPM préconise un système de maintenance autonome qui comprend des activités simples effectuées par les opérateurs pour leurs propre équipements ou postes de travail. Ces activités peuvent être le nettoyage, la lubrification, les ajustements et les dépannages mineurs, etc. Au niveau tactique, le management de la maintenance comprend trois



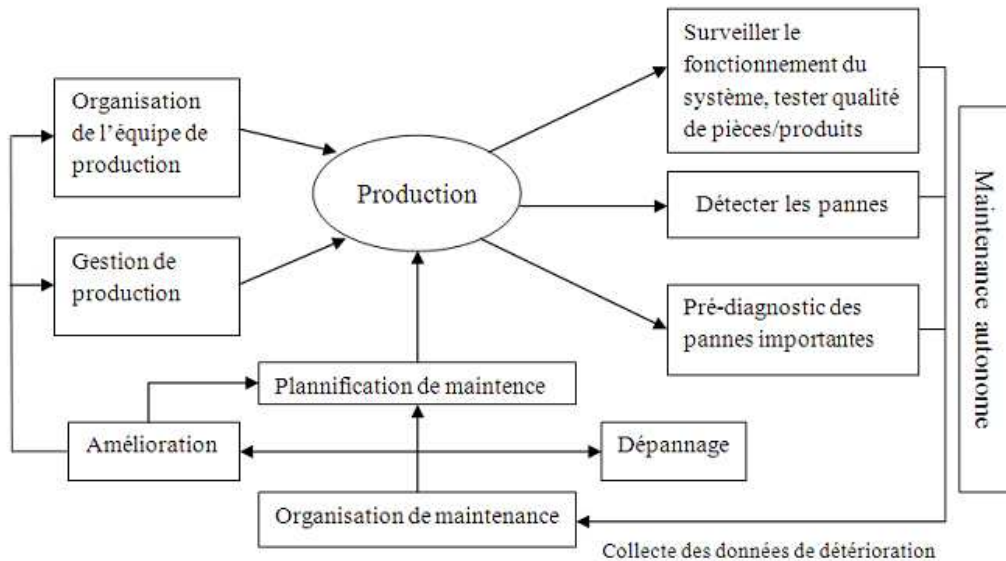


FIGURE 1.3 – L'organisation TPM

missions importantes : le dépannage des grands systèmes complexes, la mise en place de la maintenance programmée et l'amélioration de la gestion des processus production et la logistique de maintenance.

La philosophie de la TPM prend son origine, comme les autres approches précédemment citées, dans l'analyse technique/technologique de la maintenance en se reposant sur des retours d'expérience consolidés (nous ne parlerons pas ici des CMMS - Computerized Maintenance Management Systems - qui participent à la centralisation de ces bases de données) et qui s'ouvre ensuite aux autres processus de l'entreprise. On peut parler alors de méthodes *bottom-up*. Une autre approche plus économiste peut être de considérer la maintenance comme un réel projet d'affaires intégrant les objectifs stratégiques de l'entreprise et leur déclinaison en stratégies de maintenance. C'est le principe de la Maintenance centrée sur les affaires (BCM - Business Centered Maintenance) qui peut aussi être vue comme une évolution de la TPM. Le détail de la BCM présenté dans la section suivante fait référence à l'ouvrage [Kel06].

Il est clair que l'ensemble des méthodes citées ici sont complémentaires, voire imbriquées. Il est cependant utile pour s'assurer de la réussite du projet de bien identifier la méthodologie à mettre en œuvre en fonction des objectifs visés et du contexte d'exploitation.

## 1.4 Maintenance centrée sur les affaires

La conclusion que nous pourrions donner à l'analyse précédente sur l'évolution des méthodes d'organisation de la maintenance est une prise de conscience dans une certaine mesure du potentiel économique qu'offre la maintenance, non seulement en termes de réduction de coûts mais aussi en termes de potentiels de croissance et de productivité lorsqu'elle est intégrée à l'ensemble des processus organisationnels. Cette transformation d'un mal nécessaire lié à des considérations uniquement tech-



nologiques à une source de profit économique trouve bien sa place dans la BCM que nous nous proposons de détailler.

### 1.4.1 Organisation de BCM

L'organisation de la BCM repose sur 6 principes fondamentaux, principes qui trouvent leurs fondements dans la TPM :

- Budgétisation plus efficace ;
- Amélioration des compétences du personnel impliqué et de l'efficacité de l'équipement ;
- Gestion des investissements d'actifs et de leur maintenance multi-tâche ;
- Assurance de la valeur informative de la décision ;
- Réduction des défaillances catastrophiques et les temps d'arrêt des actifs ;
- Amélioration de l'organisation de maintenance et son efficacité.

La BCM cherche à définir l'organisation de la maintenance comme un projet d'affaires aligné sur l'ensemble des autres portefeuilles d'affaire de l'entreprise. La stratégie qui en découle reste le maintien de la fiabilité et la disponibilité des actifs au moindre coût sur l'ensemble de leur durée de vie. Cette stratégie déclinée par un plan d'activités détaillé qui est initialement centré sur les objectifs d'affaire tels que la capacité de production ou les programmes de livraison puis ensuite assure le niveau de fiabilité nécessaire des actifs. On retrouve ici une approche descendante depuis les objectifs stratégiques vers la construction des plans d'action opérationnels. À partir du plan global, le profit annuel peut être estimé et plus important encore utilisé comme un cadre de gestion de la performance et pour la détermination de l'efficacité nécessaire du service de maintenance.

Il faut reconnaître que l'organisation de la maintenance a besoin une approche proactive centrée sur le profit afin de réduire l'écart entre les coûts de production réels et idéaux. En effet, une telle approche reposant sur l'analyse des rapports mensuels ou encore des budgets annuels, permet d'identifier les activités sans réelle valeur ajoutée au sein de l'organisation, puis définit et met en œuvre de manière systématique des solutions pour les éliminer.

Pour faciliter la mise en œuvre de cette nouvelle approche au domaine de la maintenance, il est important que le management définisse la direction stratégique globale, sans se concentrer sur la performance technique, mais sur des objectifs quantitatifs sur chacun des champs suivants qualité, coût, livraison, environnement et humain et à chacun des niveaux de l'organisation, Fig. 1.4 ([Hug01]).

D'autre part, toujours dans le souci de mise en œuvre, il est nécessaire d'appuyer la BCM sur des systèmes classiques informatisés de gestion de la maintenance (CMMS - Computerized Maintenance Management System) permettant de stocker et d'analyser les informations pour déclencher la maintenance préventive et prédictive, voir 1.5 ([Hug01]). Il est par ailleurs nécessaire de s'assurer de son intégration dans un système de gestion globale d'entreprise. Ceci facilite en effet la vision porte-feuille d'affaires de l'entreprise dans laquelle s'insère l'*affaire maintenance*. On peut ainsi en mesurer les contributions dans une logique commerciale d'entreprise agissant comme un catalyseur pour le changement dans des services

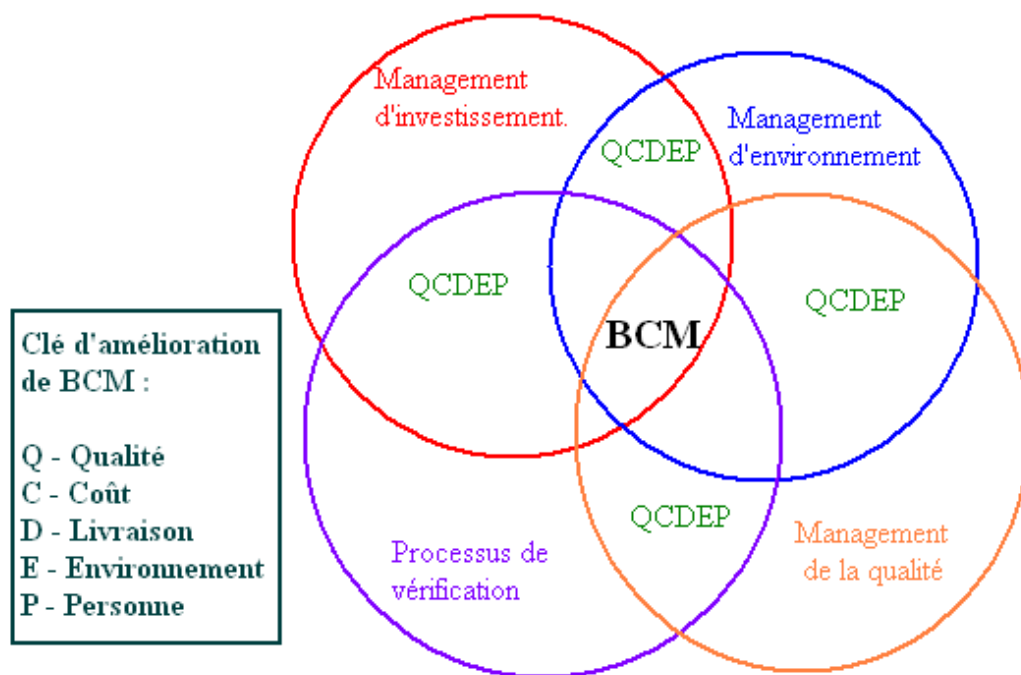


FIGURE 1.4 – Structure de la BCM

traditionnellement centrés exclusivement sur la performance technique.

Outre la vision gestion d'affaire de la BCM, il est clair que l'un de ces objectifs majeurs reste l'amélioration de la performance du système par l'éradication des causes des défaillances. Dans ce cadre, la BCM préconise une analyse des causes profondes combinant diagramme d'Hishikawa et arbres de défaillance. Le diagramme d'Hishikawa permet d'identifier les causes racines en intégrant les aspects Homme et Méthode aux causes traditionnellement étudiées dans un cadre maintenance que sont le Matériel, la Mesure et la Machine (on retrouve bien le classique *5M*). Les arbres de défaillance permettent eux de bien comprendre et quantifier les mécanismes de défaillance identifiant alors les axes d'amélioration pour éliminer et prévenir ces défaillances.

En conclusion, la BCM n'est pas un programme en soi mais une philosophie d'intégration et de valorisation de la maintenance en entreprise. En effet, grâce à la mise en œuvre de ce concept, le processus de maintenance devient une partie essentielle et reconnue pour l'amélioration des opérations au sein de l'organisation de fabrication.

### 1.4.2 Rapprochement entre maintenance et investissement

L'évolution de la prise de considération des objectifs de la maintenance dans l'entreprise lui permet aujourd'hui de conjuguer performance technique au niveau opérationnel et objectifs d'affaire au niveau décisionnel stratégique. Ce positionnement comme centre de profit se traduit par la mise en place d'indicateurs de profit à l'instar des paramètres techniques traditionnels. Par ailleurs, il est important d'identifier les sources de profit. Une des sources de profit est la recherche d'amélioration

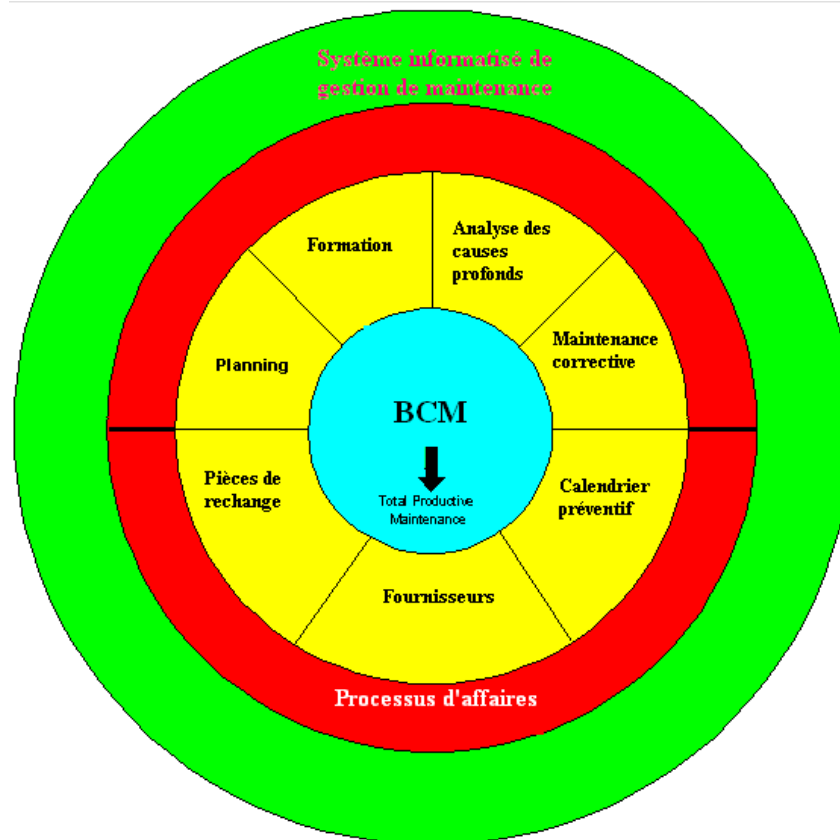


FIGURE 1.5 – Organisation de la BCM

de l'outil de production soit par le biais de modifications techniques et méthodologiques, modifications pouvant éventuellement être réalisées en atelier, soit par le biais d'innovations technologiques proposées sur les marchés. Ce dernier point rejoint le troisième principe de la BCM, à savoir l'investissement dans les nouveaux actifs, la relation entre activités de maintenance et investissement étant même explicitée dans ce principe.

Notons que cette relation était déjà présente dès les premiers concepts de maintenance corrective pour lesquels la gestion du compromis dépannage palliatif et remplacement curatif peut être vue comme les prémices d'une stratégie d'investissement. Cependant, l'hypothèse d'un renouvellement de matériel à l'identique est restrictive et définit la règle uniquement sur la base d'un niveau de dégradation ou d'une durée de fonctionnement du système. En pratique, la question du renouvellement doit être liée à la flexibilité du marché fonction notamment des technologies disponibles ou futures et de l'évolution éventuelle de leur prix d'achat. Par ailleurs, au vu des sommes généralement engagées, il est important de chercher à prendre en compte dans la décision d'un maximum d'information sur ces évolutions futures. Le rapprochement entre la maintenance et l'investissement dans de nouveaux actifs est bien souligné dans des articles du domaine de management économique. Par exemple, [MS99] constate, sur la base des données fournies par une enquête canadienne dans "Capital and Repair Expenditures" indiquant que les dépenses de maintenance et de réparation, en augmentation, représentent environ 6.3% du PIB canadien entre 1956 et 1993, la nécessité de prise en compte de ces budgets dans les décisions d'investissement dans de nouveaux capitaux. Par ailleurs, ils soulignent le rôle complémentaire ou de substitution que peuvent jouer maintenance et inves-

tissement selon la condition du marché.

Par exemple, dans une période de récession économique, on peut constater une très forte augmentation des dépenses de maintenance devant les dépenses d'investissement. On peut en déduire que la maintenance est utilisée pour repousser la décision d'investissement. On observe l'effet inverse sur les dépenses de maintenance dans des phases de développement économique plus favorables aux investissements. D'autres facteurs économiques, comme les taux d'imposition des revenus sur le capital, influencent ce rôle de substitution.

En résumé, l'étude de McGrattan et Schmitz [MS99] indique que la maintenance est non seulement un outil pour assurer la performance technique des machines, mais aussi une ressource de profit. Elle aide en effet les gestionnaires à limiter certains risques d'investissement dans des conditions défavorables. Ils renforcent le nouveau rôle que peut jouer la maintenance d'un point de vue économique et ses effets positifs sur la décision d'investissement dans de nouveaux actifs.

## 1.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons rappelé les concepts de base de la maintenance qui joue un rôle primordial pour garantir la disponibilité des systèmes. En analysant le processus de développement des concepts de maintenance au travers de l'évolution des pratiques de maintenance en contexte industriel, on constate que, sous l'influence de la mécanisation systématique et la pression des industriels pour l'exploitation maximale de leurs systèmes de production sous contrainte de sécurité et de respect de l'environnement, les objectifs et la reconnaissance de la maintenance évoluent dans l'entreprise. Elle n'est plus une unique source de dépenses pour le dépannage et se doit d'être mieux connectée et reconnue par l'ensemble des autres processus organisationnels.

Aujourd'hui, il suffit de regarder certaines annonces de recrutement des cadres de la maintenance dans des grandes structures orientées "ingénieur d'affaire" pour mesurer l'évolution de la maintenance dans l'entreprise. Nous avons brièvement souligné l'intérêt de considérer de manière conjointe les intérêts de la maintenance et la définition des stratégies d'investissement dans des nouveaux actifs. Cependant, une telle prise en compte n'est pas aisée d'autant que les contextes décisionnels dans lesquels évoluent les systèmes sont complexes, dans le sens où ils intègrent un très grand volume d'information de diverses natures et potentiellement à caractère contradictoire, et fortement incertains. Il est nécessaire de s'assurer d'une décision rationnelle au vu de tous ces éléments. Nous proposons dans le chapitre suivant d'étudier les modèles d'optimisation de la maintenance et d'analyser leur évolution pour la prise en compte de ces nouvelles préoccupations.

## Etat de l'art

### 2.1 Introduction

L'évolution des pratiques de maintenance dans un contexte industriel présentée dans le Chapitre 1 vient clairement augmenter la difficulté de prise de décision au vu de l'ensemble des informations à synthétiser et des conséquences sur les nombreux processus en interaction. L'objectif de ce chapitre est d'analyser, sans être l'exhaustif, l'évolution des modèles mathématiques d'optimisation pour une meilleure intégration de la décision de la maintenance dans un contexte de plus en plus global, que ce soit au niveau opérationnel ou tactique.

Dans un premier temps, nous allons nous concentrer sur l'évolution des modèles de maintenance qui cherchent à ajuster la décision en fonction de l'indicateur de fonctionnement d'un système simple. Lorsque la seule donnée sur le fonctionnement du système est la durée de fonctionnement, (Section 2.2), les modèles permettent de définir des politiques optimales très simples de type bloc ou basées sur l'âge. Lorsque l'information sur le système est plus riche, (Section 2.3), il est alors possible de définir une décision de maintenance en fonction d'un état courant de dégradation, par exemple. On parle alors de maintenance conditionnelle. Ces modèles plus efficaces reposent sur des formalismes mathématiques plus complexes qui se concentrent sur la modélisation des incertitudes de dégradation du système et ne facilitent pas toujours l'intégration de nouvelles contraintes d'exploitation. Nous discuterons par la suite de modèles de maintenance plus réalistes intégrant notamment des considérations de disponibilité de ressources de maintenance, (Section 2.4). Dans un second temps, (Section 2.6), nous positionnerons le problème de maintenance dans un contexte d'évolution technologique. Ce positionnement se fera en deux étapes, avec en premier lieu, la caractérisation et la modélisation de l'évolution technologique et en second lieu, les modèles de maintenance proposés dans ce contexte. Ce dernier point permettra de mettre en parallèle les approches fiabilistes centrées sur les caractéristiques de défaillance et les approches plus économiques centrées sur l'analyse des processus de coût et de rentabilité économique.

## 2.2 Modèles fiabilistes de maintenance

### 2.2.1 Modélisation de la défaillance

Nous appelons les modèles fiabilistes de maintenance les modèles qui reposent sur les caractéristiques fiabilistes telles que le taux de défaillance ou la distribution de durée de vie. Ainsi, ces modèles reposent sur l'analyse des temps de fonctionnement du système pour lequel l'ensemble de ses états se réduit à l'état de panne et l'état de marche. Selon [Del08], on peut classer les modèles de durée de vie en trois catégories :

1. **Les modèles paramétriques** qui sont basés sur l'hypothèse d'existence d'une loi caractérisées par un nombre fini de paramètres estimés à partir d'observations ou d'expertise. Les lois usuelles sont la loi exponentielle, la loi Gamma, la loi Weibull, etc. [Rau98]. Les deux avantages majeurs de cette approche est une modélisation globale des incertitudes qui facilite la construction et l'évaluation des modèles d'optimisation et des règles de décision explicites. Son inconvénient est l'inadéquation qui peut exister entre le phénomène étudié et le modèle retenu.
2. **Les approches non-paramétriques** qui ne nécessitent aucune hypothèse sur la loi de distribution des variables aléatoires. Sur base de la collection de temps de défaillance, on établit la loi réelle de probabilité des observations. L'inconvénient de cette approche est la nécessité de disposer d'un nombre important d'observations et sa faible capacité d'extrapolation. Elle est particulièrement utilisée dans le cas d'équipements présentant de nombreux temps de pannes et limitée dans le cas d'équipements ayant un niveau de fiabilité très élevé.
3. **Les approches semi-paramétriques** qui peuvent être vues comme une combinaison entre les deux approches précédentes. Elle est apparue au cours des années 1970 pour l'analyse de la survie en présence de variables explicatives. Le modèle le plus connu est le modèle de Cox [Cox72] ou de hasards proportionnels. L'expression mathématique de ce modèle se base sur la fonction de risque  $h(t, \nu)$  :

$$h(t, \nu) = h_0(t)\Theta(\gamma_i, \nu_i) \quad (2.1)$$

où  $h_0(t)$  est le risque de base,  $\Theta$  une fonction qui fait intervenir les variables d'influence mesurées  $\nu_i$  pondérées par leur paramètre  $\gamma_i$ . La principale difficulté de cette méthode apparaît au niveau de l'estimation des paramètres  $\gamma_i$  lorsque les variables d'influence dépendent du temps.

### 2.2.2 Politiques de maintenance élémentaires

Les politiques de maintenance élémentaires ont conduit à la construction des premières politiques de type remplacement systématique ou par bloc. La différence entre ces deux politiques est la prise en compte de l'instant de défaillances du système dans la détermination du temps de remplacement préventif du système.

#### Politiques basées sur l'âge

Les politiques de maintenance basées sur l'âge (age-replacement policies) déterminent le temps de remplacement préventif du système par un système neuf après

$T$  unités de temps d'usage. L'optimisation de ces politiques est de trouver la paramètre de décision  $T$  qui minimise un coût de maintenance représentant le meilleur compromis entre actions correctives et préventives.

Un des premiers modèles proposé par [BH60] est de considérer la politique de remplacement du système après sa défaillance ou après une durée d'usage constante  $T$ . En accord avec des concepts de réparation minimale et de maintenance imparfaite, plusieurs extensions de ce modèle ont été proposées. [SGN95] a considéré deux types de défaillance. Le type I est surmonté par la réparation minimale avec le coût dépendant de l'âge du système, tandis que le type II nécessite le remplacement par un système neuf. D'autre part, le système est remplacé préventivement à l'âge  $T$  ou correctivement après la  $n$ -ième défaillance du type II. En 2000, [MJC00] a proposé un modèle dans lequel le système peut être remplacé ou réparé à l'état de défaillance. Le coût de réparation minimale est aléatoire et donc doit être observé lorsque le système tombe en panne. La politique optimale prescrit de remplacer le système à l'âge  $T$  ou au moment où le coût cumulé de réparation minimale dépasse un certain seuil.

L'inconvénient principal de la politique de remplacement basée sur l'âge est la nécessité de surveiller l'âge du système, ce qui devient difficile pour les systèmes complexes. D'autre part, comme chaque défaillance décale les interventions suivantes, il est alors impossible d'établir un calendrier à long terme.

### Politiques de blocs

Contrairement aux politiques basés sur l'âge, le programme de maintenance préventive du système ne dépend pas de l'instant de défaillance. Il est effectué aux dates prévues  $k \cdot T$  ( $k = 1, 2, \dots$ ) indépendamment de la date du dernier remplacement correctif. Son optimisation peut se faire selon un critère de coût ou de disponibilité en faisant varier la période  $T$  et le type de réparation effectuée, [Rau98].

[BH60] a également considéré la politique de remplacement périodique avec la réparation minimale lors de défaillances. Plusieurs extensions et variations de ce modèle ont été proposées. [She92] offre la possibilité de remplacer par un neuf, effectuer une réparation minimale ou ne rien faire lorsque le système tombe en panne. En 2000, [PJY00] considère également une politique de maintenance préventive périodique pour lequel des réparations préventives partielles sont effectuées à  $k \cdot T$  ( $k = 1, 2, \dots, N - 1$ ) et un remplacement parfait à  $N \cdot T$ , des réparations minimales sont opérées en cas de panne du système. Le coût de réparation minimale dans ces deux modèles est supposé être une fonction croissante de l'âge du système.

L'avantage des modèles de type bloc est que sa mise en œuvre est plus simple que pour ceux basés sur l'âge et plus appropriés pour les systèmes multi-composants. Elle offre également la possibilité d'intégrer plus facilement des exigences ou contraintes provenant de processus connexes. Comme pour les stratégies basées sur l'âge, on peut aussi considérer des niveaux intermédiaires de maintenance (réparation parfaite, imparfaite, minimale). Cependant, ces modèles sont mal adaptés à des systèmes pour lesquels la défaillance engendre des conséquences trop importantes. On peut ainsi remarquer pour le modèle classique de [BH60] l'intervalle de rempla-



cement préventif n'autorise presque plus la réparation minimale lorsque le coût de celle-ci devient trop important.

## 2.3 Modèles de maintenance conditionnelle

Le développement de technologies comme les capteurs ou encore des techniques non destructives rendent possible l'acquisition d'information in situ sur l'état du système. Ces informations consolident l'ensemble des connaissances sur les mécanismes de dégradation. De nouveaux modèles plus appropriés aux phénomènes étudiés en sont dérivés. Par ailleurs, l'acquisition d'une information sur l'état de santé du système au cours de son utilisation peut permettre une actualisation de la décision de maintenance. L'objectif est alors de construire des modèles de planification de la maintenance qui vont pouvoir intégrer cette acquisition de nouvelle information tout en minimisant le coût global de possession. La première étape consiste à modéliser le processus d'évolution d'états ou plus simplement de dégradation.

### 2.3.1 Modélisation de processus de détérioration

L'objectif de la modélisation de la détérioration est de prédire l'état du système dans le temps afin de déterminer quand les inspections ou les maintenances doivent être effectuées. De grandes variétés de modèles existent. Nous nous limiterons aux deux grandes familles de modèles : les modèles à dégradation discrète et les modèles à dégradation continue. La notion de discret fait ici référence à un nombre dénombrable d'états alors que le qualificatif continu fait référence à un espace d'état infini non dénombrable.

#### Dégradation discrète

Au cours de son fonctionnement, le système peut passer par plusieurs états de détérioration avant la défaillance. Le nombre d'état du système est fini ou dénombrable. Dans la littérature, on trouve deux grandes classes de modèles : les approches de type processus stochastiques ponctuels tels que les processus de Poisson ou Poisson composé et les approches de processus stochastiques graduels comme les processus markoviens ou semi-markoviens à états discrets.

La première approche est bien adaptée pour les systèmes dont l'usure est de type saut que l'on peut associer à une séquence de chocs aléatoires. Ainsi, [HK98] utilise le processus de Poisson composé non stationnaire pour modéliser la taille de fissure cumulée  $X(t)$  dans un moteur d'avion. Ce moteur est considéré défaillant dès que la taille de la fissure dépasse un seuil  $\zeta$ . Dans [KY02], les auteurs utilisent un processus de Poisson pour modéliser l'occurrence aléatoire de chocs sur un système ayant un taux de dégradation constant.

La seconde approche trouve son intérêt dans un contexte de discrétisation d'une dégradation continue. On peut citer les travaux de [HBW96, BM00] modélisant l'évolution de la dégradation par un processus de Markov et [BM02] par un processus semi-markovien lorsque la propriété de *perte de mémoire* ne tient plus.



### Dégradation continue

La dégradation continue est classiquement modélisée par un processus stochastique dont les incréments entre deux instants consécutifs sont indépendants et identiquement distribués. Dans ce cadre, on trouve notamment le processus de Wiener appliqué largement aux trajectoires non-monotones [NB06] et les processus gamma, principalement stationnaires lorsqu'on souhaite souligner la monotonie de la dégradation [GBD02, GBR02, CBG03].

D'autre part, des modèles de dégradation non markovien sont proposés. On peut citer par exemple les modèles généraux de trajectoire qui consistent à modéliser les incréments de dégradation par une fonction déterministe dont les paramètres peuvent être actualisés en fonction de la trajectoire observée. En 2007, [BKK07] ont étudié deux formes de dégradation :

- Forme additive :  $D(t; X, \Sigma) = \eta(t; \Theta) + X$
- Forme multiplicative :  $D(t; X, \Sigma) = \eta(t; \Theta).X$  où  $\eta(t; \Theta)$  est la trajectoire déterministe en moyenne avec les paramètres d'effet fixés  $\Theta$  et  $X$  est la variation aléatoire autour de l'état de détérioration moyen  $\eta$ .

Bien que cette modélisation capture bien le phénomène de vieillissement du système, elle reste très compliquée pour l'analyse et son application.

### 2.3.2 Politique de maintenance conditionnelle

Un des avantages principaux de la maintenance conditionnelle par rapport aux politiques élémentaires est que les décisions sont prises sur la base des observations d'état du système en ligne. L'inspection joue ici un double rôle, à savoir la détection au plus tôt de la défaillance et le retour d'information sur l'état du système. Outre la planification des ces inspections, un élément d'importance dans ce contexte est la qualité de la mesure et sa faculté à estimer le vrai état de santé du système. Nous proposons d'organiser notre discussion autour des aspects périodiques et non périodiques de l'inspection en supposant l'inspection parfaite puis le modèle d'inspection imparfaite.

#### Politique d'inspection périodique

Le système est inspecté périodiquement. Lorsque son niveau de dégradation atteint un seuil  $p$ , une maintenance préventive est effectuée. La défaillance qui peut être détectée par l'inspection ou immédiatement sans l'inspection [KP97] est généralement suivie d'un remplacement parfait. Les paramètres de décision dans ce cadre sont l'intervalle d'inspection et le seuil de maintenance préventive. On se retrouve alors face à un problème d'optimisation à deux dimensions. On note que la surveillance continue peut être considérée comme un cas spécial de la politique d'inspection périodique à une dimension. Dans ce cas, l'inspection est effectuée à chaque unité de temps et le problème se réduit à ne trouver que le seuil de maintenance préventive. [BGDR03] ont proposé un modèle de surveillance continue et de réparation parfaite pour déterminer le seuil de maintenance préventive afin de minimiser l'indisponibilité asymptotique. Ils ont également considéré dans leur modèle, le délai et la durée de la maintenance supposés aléatoires.

En 2002, Jia et Christer [JC02] ont présenté une extension de la politique d'inspection périodique à deux pas. La date de la première inspection après maintenance est  $\tau_1$  et la périodicité des inspections suivantes est  $\tau$ . Cette dernière politique préjuge de l'importance de la prise en compte du niveau de dégradation dans la politique d'inspection. Dans [CL07], Crowder et Lawless ont proposé une politique ne permettant qu'une seule inspection pour déterminer le temps de maintenance préventive appliquée à des plaquettes de frein de voiture.

### Politique d'inspection non périodique

Lorsque la dégradation est monotone, il devient donc plus intéressant d'adapter l'intervalle d'inspection en fonction du niveau de dégradation observé. Ceci permet de limiter le nombre d'inspections pour des états peu dégradés et d'ajuster au plus près un éventuel remplacement préventif [Cas01]. Dans cet esprit, [DBGR03] propose une politique d'inspection non périodique pour laquelle les inspections sont effectuées à chaque instant  $T_n$  défini par :

$$T_n = T_{n-1} + I(D(T_n)) \quad (2.2)$$

où la fonction inter-inspections  $I(D(T_n))$  est décroissante en fonction du niveau de dégradation du système observé à l'instant  $T_n$ . La défaillance est détectée seulement par l'inspection et le coût d'indisponibilité est donné par unité de temps de panne. Les auteurs utilisent les approches régénératives et semi-régénératives du processus de dégradation du système maintenu pour l'optimisation conjointe du seuil de remplacement préventif et de la date d'inspection non périodique suivante.

En 2003, Castanier *et al.* [CBG03] ont développé une politique d'inspection non périodique en considérant la possibilité de réparation partielle et de remplacement. L'efficacité de la réparation, le coût et la durée de maintenance sont fonction de l'état observé du système. Dans [CGB05], Castanier *et al.* ont construit une politique pour un système à deux composants en série qui se dégradent continuellement et sont inspectés non périodiquement. Ces composants peuvent être remplacés préventivement ou correctivement. Chaque inspection ou remplacement entraîne un coût d'installation et un coût unitaire spécifique au composant. Le modèle d'optimisation permet de combiner les actions sur les deux composants pour que le coût d'installation ne soit facturé qu'une seule fois.

### Inspection imparfaite

Les modèles proposés ci-dessus pour les deux politiques d'inspections périodiques et non-périodiques sont basés sur l'hypothèse que l'inspection est parfaite. Dans certains cas, pour les systèmes complexes, leur détérioration ne peut pas être observée directement. La certitude de l'information acquise par inspection n'est plus assurée. Newby et Barker [NB06] ont considéré un modèle d'inspection imparfaite dans lequel le niveau de détérioration observé  $Y_t$  est soumis à une erreur  $\varepsilon_t$  :

$$Y_t = X_t + \varepsilon_t \quad (2.3)$$

où  $X_t$  est l'état de détérioration du système. L'erreur d'inspection est supposée gaussienne,  $\varepsilon_t \sim N(0, \nu^2)$ . La décision de maintenance préventive et corrective

est basée sur le modèle d'optimisation du coût moyen et du coût du cycle de vie.

En 2008, Ghasemi *et al.* [GYO08] proposent un modèle de Markov Caché pour modéliser le processus de détérioration du système. Après avoir inspecté, la probabilité d'être dans un des états possibles est actualisée par une approche Bayésienne. En utilisant la programmation dynamique, la moyenne des coûts d'exploitation à long terme est calculée afin d'optimiser l'intervalle d'inspection et le seuil de remplacement préventif.

## 2.4 Disponibilité des ressources de maintenance

Jusqu'à présent, nous avons restreint la décision de maintenance à des considérations de performance technique du système sans prise en compte des moyens nécessaires à sa réalisation. Cette hypothèse est équivalente à considérer la ressource toujours disponible. Cependant, des problèmes de disponibilité de ressources, qu'elles soient humaines ou matérielles, peuvent empêcher la réalisation d'activités de maintenance ou entraîner le besoin de définir une priorité des tâches concernées en cas de ressources partagées.

Nous tenons à noter ici que, bien que la littérature soit abondante dans le contexte de la gestion des stocks de pièces de rechange (voir la revue de [KPF02] ou la thèse de Kranenburg [Kra06] pour un état de l'art plus récent, la majorité d'entre eux s'intéressent à des politiques purement correctives. [GK05] développe un modèle de gestion de stock des pièces de rechange pour une politique de remplacement correctif d'un système soumis à des contraintes environnementales. L'impact de l'environnement se traduit par des accélérations du vieillissement modélisés via un modèle de risques proportionnels sur un modèle de défaillance de type Weibull. L'évaluation de la fonction de renouvellement dans ce contexte leur permet par la suite de déterminer le nombre nécessaire de pièces de rechange pour garantir la probabilité de sécurité,  $p$ .

[AA96] considère la politique de remplacement préventif pour un seul équipement. Le remplacement est immédiat si le système de rechange est en stock. Le problème d'optimisation est ici la caractérisation de la période de remplacement préventif  $t_r$  et la date de commande du nouveau système  $t_o$  afin de minimiser la fonction du coût total. La solution optimale, obtenue par programmation non linéaire, illustre bien la performance de la combinaison d'optimisation des deux variables décisionnelles  $t_r, t_o$ .

[KA096] étudie la combinaison d'une politique de remplacement préventif basée sur l'âge et la politique  $(s, S)$  de stock de pièces de rechange pour minimiser un coût total de remplacement et de gestion des stocks. Cette approche est étendue dans le cadre d'une politique de remplacement de type bloc. [SH00] considère un système de production avec un taux de défaillance croissant. Il utilise l'approche de simulation afin d'optimiser simultanément la stratégie de maintenance de bloc  $T$  et la politique de stock  $(s, S)$ . Le stock est supposé connu à tout moment. Outre la commande au point  $s$ , on peut également passer une commande d'urgence avec un coût supplémentaire lorsque le stock est vide. [CAK01] propose également un nouvel algorithme pour l'optimisation conjointe de  $T$  et  $(s, S)$  basée sur le coût moyen

par unité de temps.

En utilisant la programmation dynamique, [Vau05] optimise une politique de gestion de stock de pièces de rechange de type  $(S(k), s(k))$  qui permet de différencier les ordres de commande en fonction du nombre de périodes  $k$  avant la prochaine maintenance préventive. Notons que, dans ce modèle, la période de maintenance préventive est fixée à  $T$  périodes et le nombre de défaillances entre 2 remplacements est supposé suivre une loi de Poisson.

[LR10] aborde la stratégie conjointe de production et du stock des pièces de rechange pour un système soumis à une maintenance conditionnelle (CBM) pour laquelle les temps de remplacement sont non nuls. La dégradation du système est modélisée par un processus Gamma. Lorsque l'état de dégradation dépasse le seuil  $D_f$ , le composant est remplacé par un nouveau système identique du le stock avec une durée fixée  $M_f$ . Le remplacement préventif est effectué au seuil de dégradation  $D_{pm}$  avec une durée  $T_{D_{pm}}$  fonction de  $D_{pm}$ . La politique de gestion de stock est une politique de type  $(S - 1, S)$  où  $S - 1$  est le point de commande et  $S$  est le niveau du remplissage du stock. Le temps de livraison et le taux de production sont supposés constants. L'objectif est alors de trouver les variables décisionnelles  $D_{pm}$  et  $S$  qui minimisent le coût total et sous contrainte de probabilité de la rupture du stock. Pour résoudre ce problème complexe, les auteurs ont proposé une nouvelle approche heuristique à deux étapes. Dans la première, on détermine le niveau de remplissage du stock  $S$  qui satisfait la probabilité de rupture de stock. Ce résultat est ensuite utilisé comme un paramètre connu dans la deuxième étape pour trouver la valeur optimale de  $D_{pm}$ .

En 2008, Martorell *et al.* [MSVC08] considèrent le problème d'optimisation de maintenance en prenant en compte la disponibilité de la ressource humaine et des pièces de rechange. Ce modèle permet de résoudre un problème de décision multi-critères telles que la fiabilité, la disponibilité, la maintenabilité et le coût.

Une des limites de ces travaux est de ne considérer que des politiques de remplacement. [Chi09, SC04] ont élargi le problème en autorisant des réparations minimales pour les défaillances mineures du système. En 2006, [DSDHH06] intègre une capacité de réparation pour des composants ayant été remplacés par des pièces de rechange.

Les modèles dont nous avons discuté reposent sur l'hypothèse d'un remplacement d'un composant à l'identique sans prendre en compte une éventuelle évolution technologique. L'impact de l'évolution technologique peut se traduire par une amélioration de performance des nouveaux composants ou encore d'obsolescence et d'incompatibilité avec les anciens systèmes. Nous aborderons cette problématique dans la section 2.6.

## 2.5 Modèles d'évolution technologique

Jusqu'à présent, les problèmes de maintenance et spécifiquement de remplacement de systèmes ou de composants reposaient sur une hypothèse de renouvellement à l'identique. Cependant, la technologie est soumise à des évolutions plus ou

moins rapides. Ces évolutions sont généralement caractérisées, par exemple, par une amélioration des performances et des variations de prix, informations qu'il sera alors nécessaire d'intégrer dans le modèle décisionnel. L'objectif de cette section est de donner un bref aperçu des modèles de prévision d'évolution technologique.

La prévision de technologie est définie dans ce paragraphe comme la prédiction des futures caractéristiques des machines telles que les niveaux de performance (par exemple, la puissance, la capacité, le taux de défaillance, etc). Elle donne juste une image de la tendance dans l'avenir et ne doit pas être considérée comme absolue. Classiquement, elle repose sur quatre éléments : l'objet (la technologie prévue), l'horizon du temps de prévision, les niveaux de caractéristiques différents et le temps d'apparition de ces nouvelles technologies.

Pour avoir une vision globale des méthodes de prévision de technologie, on peut consulter [Pra], [Iye99] on peut classer la prévision de technologie en deux grandes familles : la prévision exploratoire et normative. La prévision exploratoire se base sur les données passées et présentes pour estimer l'évolution futur, tandis que la normative commence par les prévisions des besoins futurs et identifie la performance technologique nécessaire pour y répondre. Le tableau 2.1 nous donne une vision générale des méthodes de prévision.

TABLE 2.1 – Méthode de prévision de technologie

Exploratoire				Normative		
Intuition	Extrapolation	Courbe de croissance	Surveillance	Arbre pertinent	Analyse morphologique	Diagrammes de missions
Delphi	Linéaire Exponentielle	Perl-Reed Gombertz				

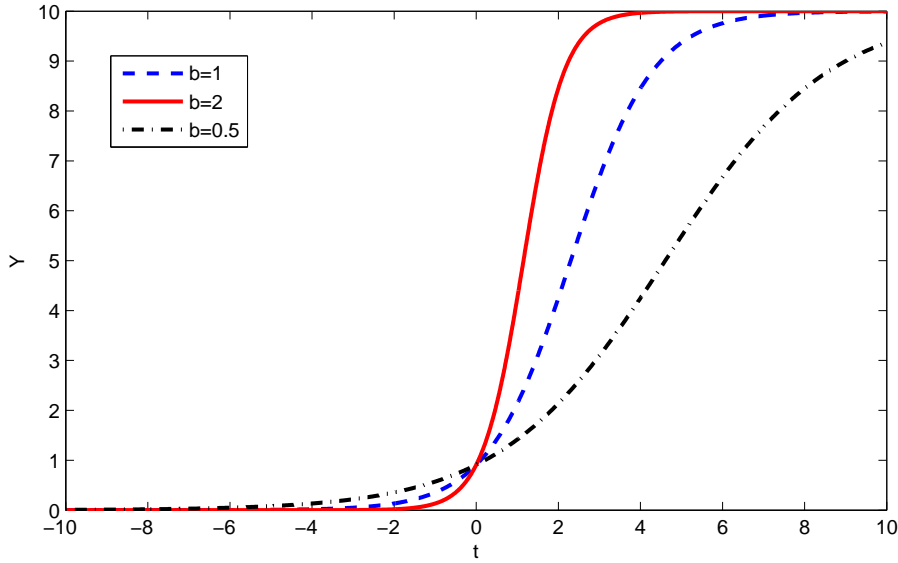
Certains facteurs influençant le choix de la méthode de prévision dépendent de la période de la prévision, du niveau d'exactitude nécessaire et aussi de l'objectif de prévision. Cependant, la prévision technologique exploratoire, construite sur une base empirique certaine, trouve un plus grand intérêt que l'approche normative dans la plupart des cas pratiques. D'autre part, l'application des modèles opérationnels de type exploratoire est plus *populaire* que la technique normative, ceci est notamment dû à l'utilisation de méthodes statistiques exploratoires bien maîtrisées comme notamment l'extrapolation de tendance ou les courbes de croissance. Nous proposons de détailler ces deux dernières dans les paragraphes suivants.

### 2.5.1 L'extrapolation de tendance

Cette méthode se base sur les données historiques de technologie afin d'estimer un taux de progrès technologique dans le passé et de l'étendre dans l'avenir, l'hypothèse majeure étant la conservation des effets des facteurs de tendance dans le temps. Les deux types de méthodes d'extrapolation les plus connus dans la littérature sont les régressions linéaires et non linéaires dont la régression exponentielle.

Pour l'extrapolation linéaire, la tendance est représentée par l'équation linéaire suivante :

$$Y_i = A \cdot x_i + B \quad (2.4)$$

FIGURE 2.1 – Courbe de Pearl-Reed avec  $L = 10$ ,  $A = 1$ 

- $i$  est la période de temps de la génération technologique  $i$
- $Y_i$  est la valeur de la variable caractérisant le progrès technologique.
- $x_i$  est la variable d'impact.
- $A, B$  sont des constantes estimées par des méthodes classiques de régression linéaire.

De manière similaire, une fonction exponentielle est utilisée afin de modéliser la tendance de croissance :

$$Y_i = A \cdot B^{x_i} \quad (2.5)$$

Dans les cas où la tendance ne suit pas un schéma linéaire ou exponentiel, une fonction polynomiale peut être appliquée pour identifier la tendance.

### 2.5.2 Courbe de croissance

Une autre approche consiste à identifier l'évolution de la technologie aux courbes de croissance en  $S$  suivies par les systèmes biologiques. La faible croissance de la technologie lors de sa mise sur le marché est liée au temps nécessaire de pénétration du marché. On parle ensuite de période de développement avec une forte croissance jusqu'à sa période de maturité où le développement de technologie atteint son seuil limite. Les courbes les plus utilisées sont la courbe de Pearl-Reed, figure 2.1 et la courbe de Gompertz, figure 2.2, qui fournissent la valeur de la prévision  $Y(t)$  en fonction d'un coefficient de localisation  $A$ , d'un coefficient de forme  $b$  et du seuil de limite supérieure  $L$ . Ces courbes sont données respectivement par les formules suivantes :

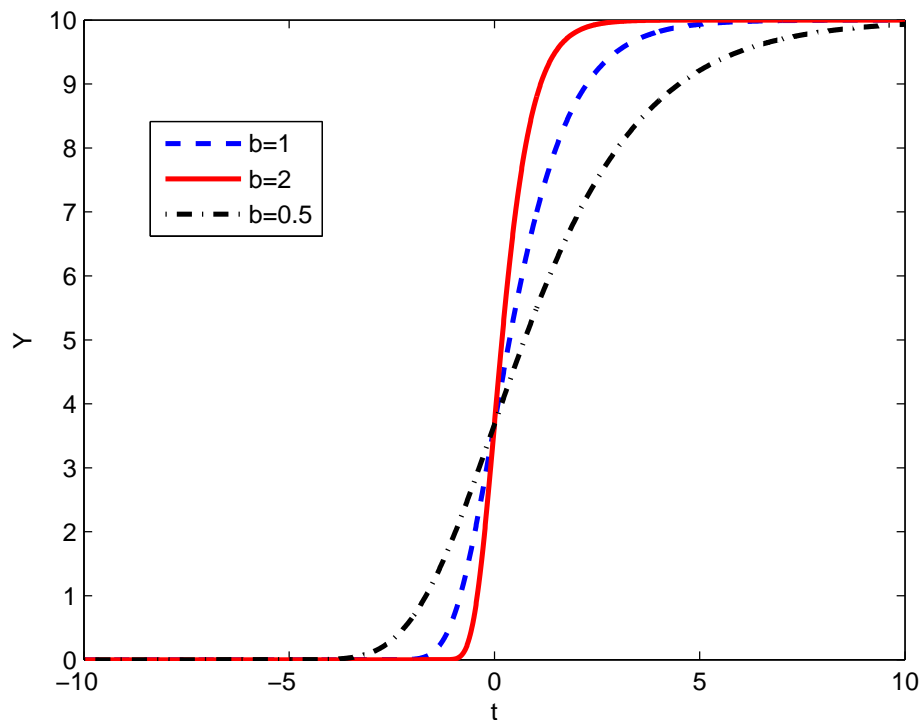
Courbe de Pearl-Reed,

$$Y(t) = \frac{L}{1 + Ae^{-bt}} \quad (2.6)$$

Courbe de Gompertz,

$$Y(t) = Le^{-Ae^{-bt}} \quad (2.7)$$

La courbe de Pearl-Reed est symétrique autour du point d'inflexion,  $y = L/2$  tandis que celle de Gompertz ne l'est pas. Ces courbes sont utilisées pour suivre

FIGURE 2.2 – Courbe de Gompertz avec  $L = 10$ ,  $A = 1$ 

les technologies individuelles. Le choix de la courbe appropriée dépend de la dynamique du progrès technologique. Les courbes de Gompertz, par exemple, s'adaptent bien aux technologies dont la croissance dans la phase initiale est rapide. De manière plus générale, la courbe de Pearl-Reed est utilisée pour la prévision de technologie de substitution alors que la courbe de Gompertz est surtout appliquée pour la prévision de performance technologique absolue.

## 2.6 Modèles de maintenance et d'investissement dans des nouvelles technologies

L'objectif de cette section est de présenter un rapide horizon des orientations de recherche sur les problématiques d'optimisation de la maintenance dans un contexte d'évolution technologique. Deux points de vue se complètent. Le premier, que nous associerons à la vision économiste, se focalise sur l'analyse des flux financiers (rendement, coûts de maintenance) sans chercher à expliciter les effets de vieillissement des systèmes. Le second point de vue, vision fiabiliste, se situe plus dans la continuité de ce manuscrit à savoir l'extension de modèles de maintenance pour prendre en compte de nouvelles préoccupations.

### 2.6.1 La vision économiste

La question du maintien ou de l'investissement a été initialement discutée d'un point de vue macro-économique au vu, d'une part, des volumes financiers croissants engendrés par la maintenance et, d'autre part, comme alternative de cette dernière



à l'investissement dans l'attente de perspectives économiques favorables [MS99]. Ce sujet est repris et analysé dans plusieurs articles [BT03, BRM09, BFG10]. Les modèles macro-économiques présentés reposent sur l'analyse de la performance économique du processus de maintenance, en supposant une relation directe entre le taux de dépréciation du système et la maintenance. Ceci rejoint les visions traditionnelles des modèles économiques pour l'investissement. Ainsi, seul le coût de l'investissement rattaché au capital physique est étudié sans pouvoir considérer d'éventuelles revalorisations ou/et dépréciations de ce capital par des effets de maintenance.

On retrouve cette vision économiste dans de nombreux travaux que l'on peut classer comme le souligne [RH05] en fonction de la nature continue ou discontinue des modèles de changements technologiques, l'aspect continu fait référence à des évolutions séquentielles et discontinu à des sauts technologiques. L'une des premières critiques que l'on peut énoncer est relative à la modélisation de la performance des stratégies de maintenance uniquement basée sur des indicateurs économiques sans réelle prise en compte des indicateurs de performance technique et fonctionnelle des systèmes ou encore de la diversité des actions de maintenance.

### Modèles à une seule nouvelle technologie

Dans [GLM86], les auteurs proposent un modèle de remplacement des machines sur un horizon de temps fini de  $N$  périodes. Dans ce modèle, une seule nouvelle technologie est disponible sur le marché. Elle est caractérisée par une amélioration de performance modélisée par le biais d'une réduction du coût d'exploitation, comprenant le coût de maintenance et le prix d'achat. Ils suggèrent une procédure de programmation dynamique pour trouver la décision optimale à chaque période parmi trois options :

- Conserver la technologie,
- Remplacer par la technologie identique,
- Remplacer par la nouvelle technologie.

Alors que les travaux de [GLM86] reposent sur l'hypothèse de la disponibilité de la nouvelle technologie à tout moment, Goldstein et Mehrez [GM96] présentent un cas dynamique, dans lequel l'apparition de la nouvelle technologie sur le marché est donnée par une probabilité  $p_k$  non stationnaire par rapport au temps. Par ailleurs, les auteurs introduisent un algorithme pour garantir l'optimalité de la première vis-à-vis de la longueur de l'horizon de prévision.

Mauer et Ott [MO95] mettent en place une méthode de créance contingente pour évaluer les options de remplacement dans des conditions incertaines. Ils étendent leur premier modèle en intégrant une taxe faisant varier aléatoirement le coût d'opération / maintenance et la valeur résiduelle pour mettre en évidence l'effet du changement technologique. Le coût  $C$  avant la taxe est modélisé par un mouvement brownien géométrique qui représente la mesure de dépréciation de l'actif au fil du temps :

$$dC = \alpha C dt + \sigma C dW \quad (2.8)$$

où  $\alpha > 0$  est le taux de dérive instantanée,  $\sigma \geq 0$  le taux de volatilité instantanée et  $dW$  l'incrément d'un processus de Wiener standard. La date de mise sur le marché de la nouvelle technologie est modélisé par un processus de Poisson avec un taux constant  $\lambda > 0$ . Le changement technologique est caractérisé par la diminu-



tion connue de la valeur initiale du coût d'exploitation / maintenance ( $C_N^0 < C_N^1$ ). L'objectif est alors de trouver la valeur  $C^*$  du seuil de remplacement qui minimise la valeur actualisée du coût. Ils en déduisent le temps moyen pour le remplacement.

Dans leurs travaux, [Raj99, HK04] développent un cas dynamique considérant deux nouvelles technologies dont une seule (T2) est d'ores-et-déjà disponible, l'autre (T3) apparaissant aléatoirement dans l'avenir. Alors que le modèle présenté dans [HK04] permet d'analyser la compétitivité de deux entreprises dans ce contexte d'investissement, l'étude de [Raj99] se concentre sur l'évaluation de l'impact de l'incertitude technologique et le prix d'achat sur la décision de l'adoption de nouvelle technologie. Pour cela, les auteurs utilisent une variable aléatoire  $\zeta$  caractérisant le moment de mise sur le marché de la technologie (T3) de distribution connue. Dans ce modèle, le changement technologique est représenté par la diminution du coût global d'exploitation par niveau de production ( $C_{T1}(x) < C_{T2}(x) < C_{T3}(x)$ ).

Par ailleurs, contrairement à l'hypothèse non restrictive de [Raj99] autorisant plusieurs stratégies d'investissement, les auteurs dans [HK04] limitent l'investissement à une seule technologie, (T2) ou (T3). Leur analyse est basée sur l'évolution du flux de profit  $\pi_i(t)$  de la firme  $i$  au temps  $t$  défini par :

$$\pi_i(t) = Y(t)D_{m,n} \quad (2.9)$$

où

- $Y(t)$  est le flux de profit de référence pour les 2 entreprises, i.e. sans spécification de la technologie utilisée ;
- $D_{m,n}$  est un paramètre caractérisant la différence d'état technologique entre les deux entreprises concurrentes ; l'entreprise 1 ayant choisi la technologie  $m \in \{1, 2, 3\}$  et l'entreprise 2 la technologie  $n \in \{1, 2, 3\}$ . On peut noter que  $D_{m,n} = 1$  pour tout  $m = n$  ;

Évidemment une entreprise obtiendra le profit le plus élevé lors de l'adoption de la meilleure technologie par rapport à son concurrent. Notons que si  $m = 1$  l'entreprise  $i$  ne participe pas au jeu de la concurrence ( $D_{1,n} = 0$ ) et si  $n = 1$ , cette entreprise a le monopole technologique.

$Y(t)$  est supposé suivre un mouvement brownien. Dans ce cas, on peut déterminer analytiquement les politiques optimales de chacune des entreprises en fonction de sa position de dominance. Avec la condition  $Y(t)$  est inférieur à un seuil fixé  $Y_{22}^P$ , cette politique s'écrit comme suit :

- L'entreprise leader  $i$  attend l'arrivée de T3 jusqu'au moment  $T_{22}^P$  où  $T_{22}^P$  est le temps d'atteinte de  $Y_{22}^P$  pour le processus  $\pi_i(t)$ . Si T3 n'est pas encore disponible, alors elle investit dans T2.
  - L'autre entreprise  $j$  attend l'arrivée de T3 jusqu'au moment  $T_{22}^F$ , ( $T_{22}^F > T_{22}^P$ ), puis investit dans T2.
- Si T3 apparait avant le moment  $T_{22}^F$ , l'entreprise doit décider de retarder ou adopter T3 immédiatement.

### Une séquence de nouvelles technologies

Dans le contexte d'évolution technologique continue, les problématiques se rapprochent des situations rencontrées dans [Raj99, HK04]. Il est en effet nécessaire de faire son choix entre investir immédiatement dans la technologie courante ou bien

différer cet investissement dans l'attente d'une technologie plus performante [Nai95]. Par contre, les modélisations de l'évolution des gains associées aux technologies successives ainsi que leurs instants d'apparition sur le marché deviennent ici très importantes.

Le premier article [EG76] traitant d'une séquence technologique a été publié en 1976. Dans cet article, l'hypothèse majeure est un développement linéaire de la technologie au fil du temps. Cette évolution est représentée dans le modèle par une amélioration du revenu lors du changement de technologie. Par ailleurs, les auteurs modélisent la dépréciation de l'actif courant en introduisant un facteur de diminution de revenu par unité d'usage. Dans ces conditions, la politique de remplacement optimale est une politique périodique de période fixe.

Cependant, l'hypothèse initiale d'une évolution déterministe et linéaire des technologies au cours du temps est trop restrictive pour rendre compte de la flexibilité de l'évolution des marchés. En 1995, Nair [Nai95] présente un modèle dans lequel le changement technologique est stochastique et est caractérisé par une augmentation du revenu par période. Une seule nouvelle technologie peut apparaître par période et les évolutions technologiques apparaissent successivement suivant une loi de probabilité non stationnaire par rapport au temps. Ils proposent de résoudre le problème en le modélisant sous forme d'un Processus de Décision Markovien pour lequel les décisions à chaque période sont "acheter la nouvelle technologie disponible" ou "conserver la technologie actuelle pour en attendre une meilleure". Nair [Nai97] définit le concept d'horizon technologique pour ce modèle, l'objectif étant de définir la longueur de l'horizon d'étude assurant l'indépendance de la décision optimale à cet horizon en évaluant les erreurs de décision pour des horizons insuffisamment longs.

D'autres modèles d'évolution technologique géométrique sont développés dans [TS03, KT98, NY07, HY09, YH08, HY08, Bet02].

[TS03] propose un modèle dans lequel le changement technologique est représenté par une diminution du coût de maintenance et de fonctionnement des équipements. On parle du facteur  $\alpha$  - l'effet de l'amélioration technologique. La stratégie optimale est la politique de remplacement au temps déterminé  $i$  pour minimiser la charge annuelle  $A_i(\alpha)$  donnée par :

$$A_i(\alpha) = \frac{(1 - \alpha)C'_i(\alpha)}{1 - \alpha^i} \quad (2.10)$$

où  $C'_i(\alpha)$  est le coût actualisé, sans changement de machine, sur  $i$  périodes. Sous les conditions de leur papier, les auteurs prouvent le résultat paradoxal suivant : *l'évolution technologique tend à augmenter l'utilisation des technologies courantes*. Par ailleurs, les auteurs dans [NY07] prouvent le résultat contraire d'augmentation de la fréquence de changement sous évolution technologique. En plus, un modèle continu et discret d'évolution technologique sont discutés. Dans le cas continu, le changement technologique est caractérisé par une fonction exponentielle décroissante du coût de maintenance dans les générations technologiques et du prix d'achat dans le temps. Dans le cas discret, ce changement est représenté par un facteur constant.

Hritonenko et Yatsenko dans [YH08] établissent l'équation suivante reliant la durée de vie  $L(t)$  en fonction de sa date de mise en service et des caractéristiques

technologiques classiques telles que les coûts  $q(t, u)$  de fonctionnement/maintenance sur un intervalle de temps  $(t, u)$ , du prix d'achat de la technologie achetée à  $t$  et d'un taux d'actualisation  $r$  :

$$\int_t^{[t-L(t)]^{-1}} e^{-ru} [q(u - L(u), u) - q(t, u)] du = e^{-rt} \rho(t). \quad (2.11)$$

Grâce à cette équation, on peut obtenir, [HY09], une forme explicite de la durée de vie optimale  $L_i^* = L(t_i^*)$ . Par ailleurs, l'analyse de cette équation avec des formes exponentielles pour les coûts  $p$  et  $q$  permet de définir les conditions d'ordre entre coûts d'achat et coûts de fonctionnement/maintenance et de définir les stratégies optimales suivantes :

Après analyse l'équation 2.11, Hritonenko et Yatsenko déduisent la conclusion :

- La vie de service optimale diminue si le prix d'achat diminue plus vite que le coût de fonctionnement/maintenance  $c_p > c_q$ .
- La vie de service optimale est constante si  $c_p = c_q$ .
- La vie de service optimale augmente si  $c_p < c_q$ .

Ces résultats expliquent ainsi les résultats contradictoires de [TS03] et [NY07].

Dans [Bet02], les auteurs utilisent un mouvement brownien géométrique pour modéliser le progrès de la technologie. Ils considèrent seulement deux décisions *garder* ou *remplacer* le système courant par la nouvelle technologie. L'article [KT98] permet d'examiner également la décision de révision (l'examen majeur et la réparation de l'équipement pour une remise à neuf). Un autre avantage du modèle est que, même si le processus de défaillance n'est pas explicité, la diminution de la valeur résiduelle de l'actif, sa perte de revenu et l'augmentation de ses coûts de fonctionnement/maintenance par unité de temps reflètent sa détérioration croissante au cours du temps.

D'autres modèles d'évolution technologique non paramétriques sont proposés [BLS94, SS07]. Par exemple, dans [BLS94], le changement technologique est directement intégré dans le cash-flow net (le flux de trésorerie net),  $b_n^j(t)$  en fonction de la génération technologique  $j$ . Notons que  $t$  est la date de mise en service de l'équipement et  $n$  son temps de service (ou vie économique). L'objectif est de déterminer, à chaque période  $i$ , les séquences de remplacements caractérisées par la génération technologique ( $j_i$  et sa durée de service associée  $n_i$ ) afin de maximiser la valeur actuelle  $V(x)$  sur l'horizon infini :

$$V(x) = \sum_{i=1}^{\infty} a_{n_i}(t_i) b_{n_i}^{j_i}(t_i) \quad (2.12)$$

où  $t_i = \sum_{l=1}^i n_{l-1}$  avec  $n_0 = 1$  et  $a_{n_i}(t_i)$  est le vecteur des facteurs d'actualisation. Les auteurs décrivent également une méthode pour déterminer l'erreur maximale  $\xi(T)$  lorsque la décision est considérée sur un horizon fini de  $T$  périodes qui n'est pas suffisant large.

[SS07] caractérise le changement technologique par la dépendance de la fonction du coût de fonctionnement, le prix d'achat et la valeur résiduelle sur la génération technologique. Au début de chaque période, il faut décider de conserver ou de remplacer l'équipement par l'une des nouvelles technologies disponibles afin de minimiser un taux de coût moyen.

### 2.6.2 La vision fiabiliste

Dans le contexte de fiabilité, les articles [BMZ00, CL09b, CL09a, HN94, MLM04, Mer08] essayent de tenir compte du caractère aléatoire des défaillances des machines tout en tenant compte de l'évolution de technologie. L'idée principale de ces travaux est de conserver des modèles de défaillance suffisamment pertinents pour assurer l'adéquation des stratégies de maintenance aux performances technico-économiques des systèmes. Cependant, on pourra constater que la modélisation de l'évolution technologique en restera simplifiée.

Nous proposons de discuter des différents modèles au niveau système puis au niveau composant.

#### Maintenance d'un système soumis à évolution technologique

Dans [HN94], le processus de détérioration est modélisé par une chaîne de Markov. Il existe un coût de fonctionnement associé à chaque état de détérioration  $i$ . Le changement technologique se traduit par une probabilité d'apparition  $q_n$ . Cette nouvelle technologie apparaîtra à la période  $N$  si elle n'est pas encore sur le marché à cette date. Basé sur l'hypothèse que le remplacement par une nouvelle technologie est plus efficace que le remplacement par une technologie antérieure, les auteurs examinent l'effet des changements technologiques sur le seuil de remplacement ( $i^*$ ). Ils développent également un algorithme pour déterminer l'horizon fini qui est suffisamment long pour garantir l'optimalité de la première décision.

Bogonovo *et al.* [BMZ00] propose de prendre en compte plusieurs types de maintenance, maintenance minimale, maintenance imparfaite et remplacement. L'impact de ces actions est modélisé directement sur le taux de défaillance d'une loi de Weibull. Le modèle géométrique d'évolution technologique est défini en termes de décroissance exponentielle du taux de défaillance en référence à un taux nominal. On a ainsi la technologie à l'instant  $t$  par rapport à un instant  $t_0$  caractérisée par le taux de défaillance suivant :

$$\lambda(t) = \lambda(t_0) \cdot e^{-\sigma(t-t_0)}. \quad (2.13)$$

Le problème de maintenance peut alors se décrire comme suit :

- la mise en place d'une réparation lors d'une défaillance, la réparation peut être soit minimale, soit imparfaite avec une probabilité donnée. Une réparation imparfaite entraîne une augmentation du taux de panne par rapport au taux nominal de la technologie employée ;
- la définition de la périodicité des remplacements suivant que c'est un système neuf ou qu'il a subi une réparation.

Le processus de maintenance sans prise en compte de l'obsolescence est présenté dans la figure 2.6.2.

Les auteurs montrent, sur un exemple académique, les effets de la prise en compte de l'évolution technologique (lorsqu'on remplace le système, on le remplace avec la dernière technologie) sur les profits cumulés sur un horizon de temps fini.

#### Evolution technologique des composants d'un système

Lorsque l'évolution technologique touche le composant plutôt que le système en soi, les problématiques se focalisent sur la décision de remplacement d'un ou d'un

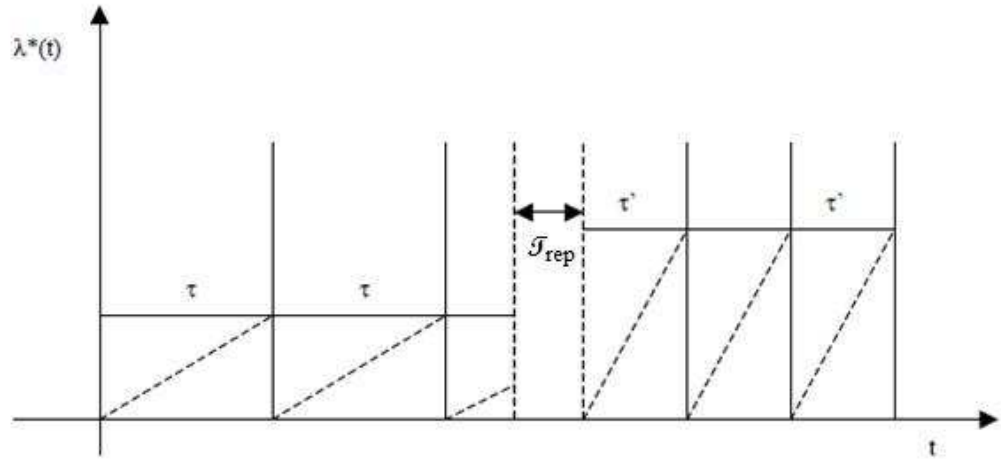


FIGURE 2.3 – Le processus de maintenance/réparation

ensemble de composants [Mer08], par exemple, et du problème de compatibilité ou d'obsolescence des composants [MLM04, CL09a, CL09b]. Dans ces articles, les auteurs examinent les stratégies de remplacement correctif et préventif pour  $N$  composants identiques soumis à évolution technologique. La nouvelle technologie est supposée être disponible sur le marché et un composant sera de facto remplacé par un composant du nouveau type.

Mercier [Mer08] modélise les composants par un ensemble de caractéristiques dont notamment les taux de défaillance non constants. Elle propose alors d'étudier l'optimalité des politiques préventives consistant à remplacer systématiquement les composants défaillants par des composants de nouvelle technologie déjà disponible sur le marché et à définir le nombre  $K$  de remplacements correctifs à partir duquel on remplace préventivement tous les composants de l'ancienne technologie. Dans ce cadre, elle étudie les différentes stratégies suivantes :

- Stratégie de remplacement purement corrective ( $K = N$ ) : Les composants sont remplacés si et seulement si ils sont en panne ;
- Stratégie de remplacement purement préventive ( $K = 0$ ) : Lorsque la nouvelle technologie apparaît sur le marché, les anciens composants sont immédiatement remplacés par de nouveaux types ;
- Stratégie de remplacement mixte ( $0 < K \leq N$ ) : après avoir remplacé correctivement  $K$  composants défaillants, les  $N - K$  composants sont remplacés préventivement simultanément.

En conclusion, elle souligne que les conditions d'optimalité sont difficiles à obtenir dans le cadre d'un horizon d'étude fini mais que le décideur peut toutefois se baser sur les résultats prouvés dans le cadre stationnaire.

Les travaux [MLM04, CL09a, CL09b] peuvent être vus comme des extensions du modèle de maintenance précédent avec les nouvelles hypothèses suivantes :

- Les temps de remplacement ne sont pas négligeables ;
- Des dépendances existent entre les  $N$  composants.

Par ailleurs, l'impact d'une évolution technologique se traduit sur l'ensemble des mesures de performance des composants, à savoir la consommation d'énergie, le taux défaillant, le paramètre de mode commun de défaillance et le prix d'achat. Ils introduisent aussi le concept d'incompatibilité entre les générations de compo-

sants par une probabilité  $p_{inc}$  associée. En raison de la complexité du modèle, ils ne peuvent pas donner de résultats théoriques sur leur modèle et en propose un modèle d'évaluation par simulation.

Clavareau et Labeau [CL09a, CL09b] proposent également des options de réparation en plus de la stratégie de remplacement  $K$  pour lesquelles les durées d'intervention sont supposées être des variables aléatoires distribuées suivant la loi d'Erlang. Les règles de maintenance proposées sont :

- Les maintenances préventives imparfaites sont effectuées périodiquement. Après une telle action, l'âge effectif des équipements est réduit par un facteur  $\varepsilon_m$  ( $0 \leq \varepsilon_m \leq 1$ ) ;
- Un remplacement préventif d'un composant est effectué lorsque son âge atteint le seuil  $\tau_{max}$  ;
- Une réparation corrective est mise en place dès la défaillance du composant. Après cette action, son âge effectif est réduit par un facteur  $\varepsilon_r$  ( $\varepsilon_r \leq \varepsilon_m$ ) ;
- Un remplacement correctif est obligatoire lorsque le temps de réparation dépasse une durée maximale  $D_s$ .

Par ailleurs, dans [CL09a], les auteurs prennent en compte le problème logistique. Comme les composants peuvent tomber en panne simultanément, ils doivent déterminer un niveau de stock suffisant. En [CL09b], ils considèrent la possibilité de plusieurs générations technologiques dans chaque période qui se traduisent par des réductions des coûts successives. L'analyse de la stratégie  $K$  est réalisée par le biais d'un réseau de Petri.

## 2.7 Conclusion

Compte tenu du contexte industriel décrit dans le chapitre précédent, nous avons cherché à identifier les modèles de maintenance disponibles dans la littérature. Cette analyse montre une profusion de modèles de plus en plus complexes pour prendre en compte des exigences et contextes de décision de plus en plus larges. Nous avons pu noter deux orientations majeures dans ce développement.

La première orientation est le développement de modèles d'intégration de connaissances sur les modes de défaillance, les mécanismes de dégradation et les effets de diverses maintenances sur ces processus. Ces modèles cherchent ainsi à proposer des règles de décision adéquates aux phénomènes étudiés intégrant toute nouvelle information collectée en phase d'exploitation. Cette recherche de performance se traduit par des formalismes mathématiques de plus en plus complexes qui permettent difficilement la prise en compte de facteurs ou contraintes d'exploitation connexes à l'organisation même de la maintenance.

La seconde orientation est à contrario la production de modèles décisionnels de plus en plus larges pour notamment mieux appréhender les contextes globaux de l'entreprise. Nous avons volontairement centré notre étude sur deux processus connexes. Le processus de pièces de rechange se positionne au même niveau opérationnel que la définition de politiques de maintenance. Les modèles qui s'en dégagent peuvent être vus comme des extensions directes des modèles existants dans

chacun des domaines et hormis les difficultés de résolution des problèmes d'optimisation, on peut s'attendre à ce que les solutions proposées répondent de manière très satisfaisante aux contraintes de chacun des deux domaines. La question de l'investissement surtout lorsqu'elle est posée dans un contexte d'incertitude sur les technologies à venir rejoint un niveau stratégique. Nous avons pu aborder deux visions pour le développement de méthodes d'intégration des préoccupations maintenance et investissement. Les modèles issus de chacune des deux visions offrent finalement un compromis qu'il reste cependant à améliorer.

De notre point de vue, des pistes d'amélioration, au niveau des modèles, pourraient être :

- pour les modèles dits fiabilistes une meilleure prise en compte de la flexibilité des décisions de maintenance ainsi que la multiplicité des actions qui permettent notamment de rétablir la dépréciation économique de l'actif courant ;
- pour les modèles dits économistes une meilleure prise en compte de la dynamique et des incertitudes du marché.

Pour répondre à de telles perspectives, nous pensons qu'il est nécessaire de proposer un cadre de modélisation décisionnel flexible qui permet de combiner de manière simultanée les objectifs opérationnels à court terme et les préoccupations d'investissement dans des nouvelles technologies à long terme. Le chapitre suivant est consacré à l'étude de l'applicabilité du concept d'options réelles qui nous semble être prometteur pour traiter, avec toute la flexibilité nécessaire, les incertitudes associées au projet d'optimisation de la maintenance dans un contexte d'investissement sous incertitude.





## Applicabilité des Options Réelles au projet maintenance - investissement

### 3.1 Introduction

L'analyse des méthodes d'organisation de maintenance dans le contexte industriel et l'étude de leurs bibliographies soulignent l'intérêt de développer des modèles flexibles pour l'optimisation de la décision conjuguant préoccupations opérationnelles et stratégiques. De telles approches permettraient, outre l'objectif rappelé ci-dessus, de renforcer le constat d'un positionnement de la maintenance en tant que levier de performances économiques de l'entreprise et de quantifier et analyser les influences mutuelles entre efficacité opérationnelle et décision stratégique.

La problématique d'optimisation de décisions sur plusieurs niveaux (opérationnel, tactique et stratégique) n'est pas nouvelle. L'objectif n'est pas ici de faire un inventaire des modèles et approches d'optimisation développés dans ce contexte. Notre choix s'oriente directement vers les Options Réelles. La motivation de ce choix est tout d'abord liée au contexte de développement de cette méthodologie, à savoir le contexte économique et financier en réponse à un besoin d'entreprise de réactivité et d'efficacité à une modification d'environnement de plus en plus incertain. En second lieu, les options réelles ont d'ores-et-déjà montré leur efficacité sur diverses problématiques d'investissement dans des actifs réels. Enfin, nous avons constaté quelques initiatives pour introduire cet outil dans le contexte de la maintenance.

L'objectif de ce chapitre est clairement d'introduire le concept d'options réelles sur la problématique de la décision de maintenance sous évolution technologique. Pour se faire, dans la section 3.2, nous introduirons le concept d'option réelle comme outil flexible permettant le passage d'une évaluation statique à une évaluation dynamique en environnement incertain. La section 3.3 vise à estimer l'adéquation des options réelles dans le projet de maintenance / investissement sous évolution technologique. Par ailleurs, nous terminerons cette analyse, section 3.4, par l'étude de

mise en œuvre des diverses approches d'évaluation des options réelles et concluons sur l'identification de la méthodologie qui nous semble la plus appropriée pour notre contexte.

## 3.2 Concept des Options réelles dans le domaine économique et financier

### 3.2.1 Définition

Les options réelles est un concept développé dans le domaine économique et financier, dérivé directement de la théorie des options financières. Elles sont apparues à la fin des années 1970. Après les travaux de [BS73] et de [Mer73] qui ont développé les premiers modèles de valorisation d'une option financière, [Mye77] a été à l'initiative de la formalisation du concept d'options réelles. Dans ce premier article, les options réelles sont considérées comme des opportunités d'investissement dans des actifs réels si les circonstances d'avenir sont favorables.

Depuis, la notion d'option réelle connaît un succès croissant. Elle a donné lieu à une abondante littérature, [Mye84, BS85, MS86, MP87], et est appliquée à de très nombreux domaines comme l'exploitation minières, des projets de recherche et de développement, la production pharmaceutique, l'immobilier, l'agriculture, le produit du papier, etc. Ce succès est vraisemblablement lié à l'avantage des options réelles par rapport aux approches classiques d'analyse financière.

En effet, la méthode traditionnelle des cash-flows actualisés ne répond plus aux attentes des managers en matière de prise de décision. Elle sous évalue les opportunités des projets, conduisant à des *décisions myopes* [Lau01]. D'autre part, elle ne peut pas permettre aux dirigeants de quantifier convenablement le risque et l'incertitude associés au projet.

Les options réelles surmontent ces imperfections des techniques de l'analyse financière classique et aident les dirigeants à choisir les investissements qui conviennent à l'incertitude de la condition du marché. Elles intègrent une flexibilité dans la décision en offrant la possibilité d'en changer ou de la faire évoluer. Plus précisément, la flexibilité peut correspondre à la possibilité de retarder un investissement, de réduire sa taille ou de l'augmenter, de l'abandonner, etc. Le coût et les bénéfices de ces options sont ajoutés à la valeur actuelle nette d'un projet pour obtenir la valeur actuelle nette augmentée. En fonction de cette valeur, les dirigeants peuvent prendre des décisions précises. Ils peuvent choisir un projet dont la valeur nette actuelle est inférieure mais qui offre à l'entreprise des opportunités de croissance dans l'avenir. D'autre part, l'augmentation de la capacité de calcul des ordinateurs permet d'évaluer des options de plus en plus complexes reflétant les comportements des décideurs face à la prise de décision de projets d'envergure.

### 3.2.2 Typologie des options réelles

Dans cette partie, nous présentons les principaux types d'options réelles étudiés dans la littérature. L'objectif est de montrer ce qui les distingue les unes des autres, la nature de ces options et leur impact sur la valeur de décision d'investissement.

**Option d'attente :** L'investisseur peut différer un projet dans l'attente d'informations complémentaires telles que, par exemple, les coûts, les prix ou encore les conditions du marché. Ces informations permettent au détenteur de saisir l'opportunité *favorable* pour investir afin de garantir le meilleur profit. On trouve l'application de cette option particulièrement sur des projets de grande envergure ou encore à fort niveau d'investissement tels l'investissement dans des ressources naturelles, l'immobilier, l'agriculture ou encore l'exploitation d'une mine de charbon . . . [MS86, MP87, MW00]. Même si cette option semble naturelle, l'évaluation de la valeur de l'option est directement fonction de la difficulté d'obtention d'informations complémentaires. Lorsque cette acquisition est délicate, l'analyse de cette option ne débouche pas sur des recommandations claires en termes de décision d'investissement. Malgré cette limite que l'on pourrait penser très restrictive, l'intégration de la possibilité d'évolution dans le temps directement dans la valeur actuelle du projet permet de mieux en prendre en compte toutes les opportunités, même si leurs valeurs ne sont pas toujours bien estimées. Faute d'intégrer cette option dans l'analyse, un investissement peut conduire à une impasse.

**Option d'abandon :** C'est la possibilité d'abandonner à tout moment un projet en cours de route grâce à la revente des actifs sur le marché secondaire. Elle donne au détenteur le droit de recueillir la valeur résiduelle des actifs et d'annuler les coûts associés au maintien du projet. Sa valeur peut être substantielle dans les domaines industriels où la spécificité de l'actif est faible et, ainsi, sa revente dans des conditions avantageuses est envisageable. Une autre situation avantageuse est pour des projets qui exigent de continuelles mises de fonds pour maintenir à flot un actif alors que la condition du marché chute sévèrement, le revenu acquis n'est alors plus satisfaisant. On trouve beaucoup d'applications de cette option dans des industries d'investissement de capitaux, les services financiers ou encore des industries de production pour lesquelles le marché est fortement incertain [BS85, BOS96].

**Option de séquençage :** On découpe un investissement en plusieurs phases. Cette option permet ainsi au détenteur de renoncer à poursuivre le développement du projet à chaque étape si de nouvelles informations sont défavorables ou de continuer à investir pour passer à l'étape suivante dans le cas inverse. Elle est largement appliquée dans les domaines où les investissements sont séquentiels, tels que l'industrie intensive de Recherche et de Développement, le domaine pharmaceutique, aéronautique ou encore des projets tels que la construction d'une centrale électrique [MP87, Car88]. Cette option est générée pour la même raison que l'option d'abandon mais elle reste plus complexe que la précédente. En effet, chaque étape peut être considérée comme une option sur la valeur des étapes ultérieures et valorisée comme une option composée. La qualité de l'analyse qui s'en suit est fortement dépendante de la qualité de la construction ou découpage de l'option et de l'évaluation des étapes intermédiaires.

**Option de modification de la taille d'opération :** Elle donne au détenteur la possibilité d'arrêter temporairement, de réduire ou d'augmenter sa participation dans un projet. Sa flexibilité qui peut être créée à partir des relations établies avec des partenaires commerciaux, permet à la firme de modifier le planning de production pour s'adapter aux évolutions de l'environnement. Si les conditions du marché sont plus favorables que les premières estimations, l'entreprise peut élargir son opé-

ration. Inversement, elle peut réduire sa taille et, dans les pires des cas, la production peut être arrêtée et redémarrée plus tard. La détermination des montants d'investissement pour bénéficier de la flexibilité est une étape importante dans l'analyse des options de modifier la taille d'opération. Cette option est très importante dans toutes les industries caractérisées par une demande ou une offre cyclique, telles que les ressources naturelles, l'immobilier commercial, la mode, etc ( [Pin88, MS85, BS85]).

**Option d'échange :** Cette option recouvre la possibilité de faire évoluer une décision ou d'en modifier les attendus. Par exemple, à partir d'éléments d'entrée donnés, on peut décider de faire évoluer le produit fini ou le service pour le rendre plus adapté aux évolutions de marché (le prix ou la demande de ce produit) pour garantir une rentabilité maximale. Ces options ont des valeurs importantes dans toutes les industries caractérisées soit par une demande saisonnière (agriculture), soit par une demande fortement segmentée (jouets, composants de machines, automobiles). De manière analogue, pour un produit fini pouvant être fabriqué à partir d'éléments d'entrée de différentes provenances, on pourra alors s'orienter vers les moins onéreux. L'option d'échange associée aux facteurs de production est appliquée pour toutes les industries qui recourent à des entrées ayant des substituts proches (la production d'électricité, la papeterie, etc.). On peut consulter, par exemple, les travaux de [Mar78, Kul88, ZME08] pour comprendre la mise en place et l'analyse de ces options.

**Option de croissance :** Grâce à la réalisation d'un investissement initial, l'entreprise a la possibilité d'accès à de futures opportunités de développement. Cette option est assez importante pour sa stratégie de développement et regroupe plusieurs options réelles. Premièrement, elle représente la possibilité de renoncer à une activité courante et d'en développer de nouvelles. De ce point de vue, la notion d'option de croissance se rapproche de celle de l'abandon en cours de réalisation. Deuxièmement, elle revient à la possibilité de choisir plusieurs projets concurrents et mutuellement exclusifs. Sur ce point, elle peut être considérée comme une option d'échange. Troisièmement, elle s'apparente aux options de modification de taille d'opération si on considère la possibilité de fermer ou ouvrir une ou plusieurs unités de production après un premier investissement *d'apprentissage*. On retrouve ici aussi ces options de croissance dans de très nombreux domaines [Mye77, PC04].

Dans leurs applications, il est possible pour maximiser le profit de combiner différentes options. Des interactions entre options sont à prendre en compte et ces interactions peuvent avoir différents effets sur la valeur de chacune des options : interaction importante ou faible, interaction négative ou positive. On pourra consulter [Tri93, BS85] pour plus d'analyse.

### 3.3 Étude d'opportunité des options réelles à la maintenance

Nous allons dans cette partie présenter de manière générale notre cadre de réflexion sur l'applicabilité des options réelles dans un contexte de maintenance et les contributions attendues de leur mise en place dans un tel environnement.

### 3.3.1 Conditions d'existence des options réelles

Selon [Kry07], l'option réelle n'est pas adaptée à tous les types de projet. Afin d'assurer l'intérêt de leur mise en place par rapport à d'autres approches, un projet doit vérifier les quatre conditions principales suivantes :

1. *L'incertitude*. L'état incertain d'une chose ou d'un événement cause des conséquences qui peuvent être soit favorables, soit défavorables au projet. Dans une situation d'incertitude, la probabilité d'occurrence des différentes issues d'un événement n'est pas connue tandis qu'elle l'est dans une situation de risque. Alors, pour faciliter la prise de décision et améliorer la visibilité des conséquences financières de la décision, il est important de trouver des outils pour passer du concept d'incertitude à celui de risque.

Il existe trois façons principales de formaliser l'incertitude par leur probabilité. Premièrement, il est possible d'attacher aux événements une distribution de probabilité logique à travers un calcul a priori (jeu de loterie ou de dés par exemple). Deuxièmement, une observation des données empiriques (ainsi que les données passées) permet de dégager des probabilités statistiques. En l'absence d'information pour générer les deux types de probabilités objectives cités ci-dessus, la dernière façon développe des probabilités subjectives, notamment les approches bayésiennes. Ce type de modélisation est également utilisé dans la construction de *croyances* du décideur intégrant notamment l'avis d'un ou plusieurs experts. Par ce biais, tous les modèles de décision sous incertitude peuvent se ramener à des modèles de décisions sous risque, distinguo que nous ne préciserons plus dorénavant.

2. *La flexibilité*. Elle offre la possibilité au décideur de pouvoir prendre une décision adéquate à n'importe quel moment et face à n'importe quelle situation, la décision faisant bien entendu partie d'un ensemble de décisions opportunes et réalisables. Ainsi, dans une situation flexible, il sera alors possible d'actualiser son choix pour tenir compte de nouvelles circonstances estimées favorables ou défavorables.

Notons que la condition d'incertitude doit être combinée à celle de la flexibilité pour que la logique optionnelle puisse opérer.

3. *L'irréversibilité*. Elle ne permet pas de "revenir" sur sa décision dans le sens où la dépense d'investissement initiale ne peut pas être récupérée ou encore les conséquences irrémédiables depuis la mise en place d'une décision se doivent d'être assumées. S'il existait la réversibilité de l'investissement initial en cas défavorable de la situation, l'option n'apporterait plus aucune valeur supplémentaire.

4. *La révélation d'information*. Un projet dans son avancement doit offrir la capacité d'acquérir et d'accumuler des informations sur les principales sources incertaines. L'incertitude sur la valeur du projet au moment de la décision initiale doit se réduire au cours du temps avec le mécanisme de révélation d'information.

Ce mécanisme de révélation d'information peut être réalisé soit de façon passive (tel que le prix de nouveau produit qui sera connu au moment de sa mise sur le marché), soit de façon active (tel que la réalisation de tests ou enquêtes marketing portant sur la demande du marché).

### 3.3.2 Analyse d'applicabilité dans un projet de maintenance

L'objectif de ce paragraphe est d'analyser la problématique de la définition de politiques de maintenance pour des systèmes soumis à évolution technologique dans un formalisme *Options Réelles*.

#### Présence d'incertitude

L'ajout de l'évolution technologique renforce les incertitudes techniques classiques liées à la maintenance et ajoute de nouvelles incertitudes du marché. Cet aspect incertitude est très présent aussi nous nous tiendrons, dans la discussion suivante, aux éléments en connexion avec nos analyses précédentes.

En premier lieu, l'incertitude technique est un facteur que nous associerons plutôt dans un premier temps à la problématique classique de maintenance. Dans les modèles que nous avons présentés dans ce contexte, la principale source d'incertitude est liée au comportement de fonctionnement des systèmes courants ou présents sur le marché. Ceci rejoint la discussion sur la construction des modèles de défaillance dans un contexte de maintenance systématique ou conditionnelle. D'autres incertitudes que nous avons étudiées sont relatives à la qualité de l'information collectée pour évaluer la dégradation courante des systèmes. L'extension des modèles de maintenance notamment sur des processus connexes ne font qu'augmenter les sources d'incertitude au problème. Nous pouvons ainsi définir un ensemble d'incertitudes dites *exogènes* au projet en opposition aux incertitudes *endogènes* qui seront liées au choix effectués dans le projet. Un exemple d'incertitudes endogènes est le choix des modèles, par exemple de défaillance, qui dépend notamment du niveau de connaissance ou d'expertise sur les mécanismes de défaillance (problème classique d'identification des modèles) mais aussi sur les données de retour d'expérience sur lesquelles reposeront les différentes méthodes de calibration/estimation des modèles.

Concernant l'incertitude du marché, on retrouve ici la classification endogène / exogène de ces incertitudes. Elles peuvent être d'ordre économique notamment le prix de revente du système courant ou l'évolution des prix d'acquisition de nouveaux matériels qui ne sont pas encore sur le marché. D'autre part, elles peuvent également être d'ordre technique avec les incertitudes sur les performances opérationnelles/fiabilistes et économiques des nouveaux systèmes mais aussi les dates de disponibilité ou de mise sur le marché de ces nouvelles technologies. Certaines études [HN94, Nai95, Nai97] considèrent ces paramètres, notamment les caractéristiques principales de l'évolution technologique (date d'apparition et niveau d'amélioration) comme connus. Enfin, on peut souligner que la notion d'obsolescence est fortement incertaine car dépendante de l'évolution de la technologie courante et de ses performances et des évolutions technologiques à venir.

Grâce au mécanisme de révélation d'information, ces incertitudes sont traités et modélisés à l'aide d'une distribution probabiliste ou d'un processus stochastique (voir la modélisation d'évolution technologique dans la section 2.6, celle de la détérioration du système dans la section 2.2, 2.3).

**Présence de flexibilité**

En terme de flexibilité, ici aussi, le problème présente toutes les conditions requises, hormis des problèmes de maintenance fortement contraints notamment dus à des aspects réglementaires. Dans un tel contexte, la notion d'optimisation est clairement absente. Dans les autres cas, nous pouvons voir dans les problèmes de maintenance deux types de flexibilité.

La première est liée à la possibilité de prendre une décision à tout moment. Par ailleurs, on peut considérer les actions comme des options pour lesquelles le décideur a le droit mais non l'obligation de les effectuer à un quelconque point de l'horizon de planification. On pourra alors évaluer l'ensemble de ces options puis prendre la décision la plus appropriée.

La flexibilité est aussi ici représentée en terme de multiplicité d'options correspondant, pour chaque état donné du système, et donc plus le problème de maintenance sera complexe et plus il présentera de la flexibilité sur ce point. En effet, on peut décrire l'ensemble des actions de maintenance comme des options. Par exemple, l'action *Ne rien faire* peut être vue comme une option d'attente avant une réparation ou un investissement. De même l'action *réparer* peut être définie comme l'option de modification de la taille d'opération vis-à-vis d'un investissement initial dans l'actif courant. Enfin, toujours à titre d'exemple, un investissement dans une technologie intermédiaire peut aussi être vue comme une option d'attente d'un véritable saut technologique.

**Présence de l'irréversibilité**

De notre point de vue, aucune option n'est réversible dans le sens où elle engage immédiatement des coûts ou génère des profits immédiatement, dès sa mise en place, sans pouvoir récupérer sa mise de départ.

**Présence de la révélation d'information**

Il existe plusieurs mécanismes de révélation d'information selon le type d'incertitude concerné.

Le premier et le plus simple est lié au déroulement dans le temps du projet maintenance sur un horizon d'étude et l'arrivée, au fur et à mesure, de nouveaux événements. On supposera donc l'accès à ces nouvelles informations. Par ailleurs, on suppose possible le traitement de toute nouvelle information pour affiner la compréhension de la dynamique de ces événements ou alors la possibilité de "questionner" le futur par le biais d'études plus ou moins précises. Nous supposons par ailleurs des marchés appelés "rationnels" pour lesquels l'évolution technologique a un sens et peut se définir par rapport à son état actuel.

Par ailleurs, les incertitudes sur l'état du système technologique courant peuvent être résolues par des informations plutôt objectives que subjectives. Ces informations sont acquises au travers d'inspections ou d'une surveillance de l'état système. On a aussi l'estimation de l'état du système qui peut être effectuée par le biais de



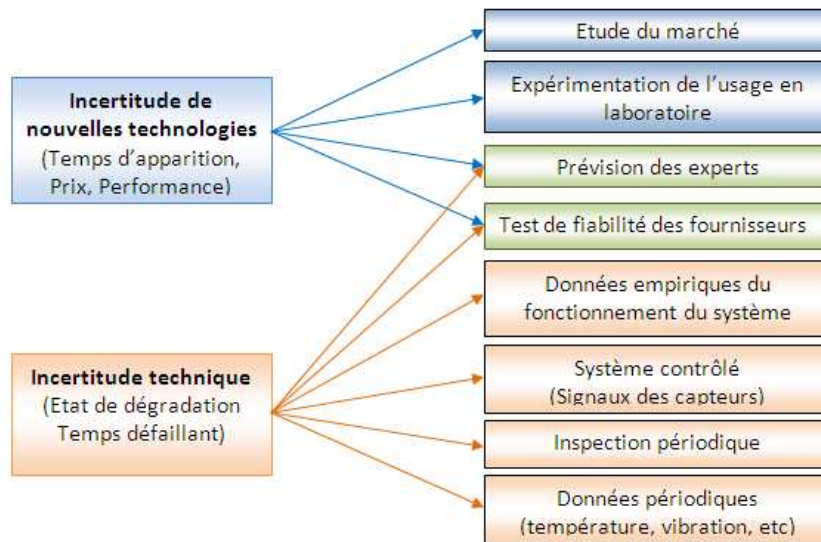


FIGURE 3.1 – Moyens d’acquisition d’information selon le type d’incertitude

variables de l’état de fonctionnement comme le rendement machine, par exemple.

La figure 3.1 reprend un ensemble d’incertitudes et les divers moyens d’action possibles pour acquérir les informations dans un contexte de maintenance.

### 3.4 Méthodes d’évaluation des options réelles

L’évaluation d’une option revient à estimer le coût de la décision et le risque associés sur un horizon de temps défini. Il est clair que ce risque va évoluer tout au long de l’avancement du projet : l’exploitation d’un système soumis à une politique de maintenance, en fonction de l’arrivée de nouveaux événements mais aussi des diverses décisions que l’on pourra prendre par la suite. Une fois toutes les options évaluées à un temps donné et pour un état donné, une analyse des options réelles sera réalisée pour définir la décision optimale.

Nous proposons d’analyser brièvement les modèles les plus classiques de valorisation des options réelles en soulignant leurs avantages et limites.

1. L’approche analytique repose sur une résolution d’équation aux dérivées partielles (EDP). C’est l’approche la plus utilisée et la plus connue dans le domaine de l’analyse financière [BS73, BS85]. Elle fournit, dans les cas les plus simples, une solution relativement facile d’utilisation à la forme explicite de l’option. C’est une méthode rapide, robuste et lisible mais qui repose sur de nombreuses hypothèses très restrictives au fonctionnement des marchés financiers. Lorsqu’on relâche une partie de ces hypothèses pour rejoindre des caractéristiques réelles de l’option, la résolution analytique devient impossible et on doit utiliser des méthodes numériques pour résoudre cette EDP, résolution généralement consommatrice de ressources informatiques et qui montrent aussi vite ses limites pour des problèmes complexes [Cam02]. Ceci ne permet pas de croire à la pertinence de cette méthode sur notre problème.
2. Les Arbres de décisions, notamment binomiaux, ont été mis au point par [CRR79]



pour l'évaluation des options dans des contextes complexes. Cette méthode consiste à modéliser de façon discrète l'évolution du cours de l'actif sous-jacent en utilisant les hypothèses du mouvement brownien géométrique (MBG). Autrement-dit, c'est le modèle obtenu par discrétisation de la formule de Black et Scholes. Elle a été étendue à l'arbre trinomial et multinomial. En 1993, Trigeorgis [Tri93] a appliqué cette approche pour évaluer des options réelles et démontrer la propriété de "non - additivité" dans la valeur lors de combinaison des options sur un même projet.

L'avantage principal de l'arbre de décision est d'être plus explicite et plus facile d'utilisation que l'approche analytique mais elle repose sur le même socle théorique la rendant incompatible aux modèles d'intégration de plusieurs options et pour lesquels la valeur finale du projet dépend étroitement de l'option.

3. La méthode de simulations de Monte Carlo est un autre outil important pour évaluer la valeur de l'option. Avec des données adéquates, on peut générer des échantillons fictifs de trajectoires des variables aléatoires et la valeur de l'option est estimée par la moyenne empirique des scénarios simulés. Cette méthode est développée la première fois par [Boy77] dans le cadre d'options financières. Elle est certes très flexible et efficace dans des situations complexes avec plusieurs sources d'incertitude pouvant affecter la valeur des options réelles, mais elle requiert beaucoup du temps de calcul surtout lorsque l'horizon d'étude est relativement grand (voir [Gam02, NSA02] pour référence).
4. La programmation dynamique stochastique s'adapte bien à l'esprit d'options réelles [Dan99, GW97]. C'est un outil d'optimisation largement utilisé qui cherche à maximiser une fonction de valeur stochastique comme la valeur de l'entreprise ou du projet. Elle est dynamique dans le sens où l'optimalité de la décision à un instant donné dépend des décisions qui seront prises dans son futur. Ces décisions sont caractérisées par leurs effets probables sur les variables d'états, les coûts et les degrés de réversibilité ou de flexibilité. Cette approche dépend étroitement de la qualité de l'information sur les incertitudes et elle ne s'adapte pas bien aux modèles pour lesquels le risque du marché est élevé.

Des approches hybrides sont également proposées. Par exemple, [TB02] propose une approche qui combine programmation dynamique et simulation de Monte Carlo pour valoriser un projet multi-étape de construction d'une centrale.

Haddad et Pecht [HSP11] propose de classer l'efficacité des approches ci-dessus en fonction de deux facteurs caractérisant les projets : le niveau de risque et la dépendance entre la valeur du projet et la décision, Figure 3.2.

Lorsque le problème est dominé par le risque du marché (comme l'évaluation de la décision d'investissement dans la production d'une compagnie pétrolière en considérant le prix du pétrole comme seule source d'incertitude), les méthodes analytiques ou les arbres de décision offrent de bonnes perspectives. En revanche, la programmation dynamique stochastique s'adapte bien à la flexibilité dans les projets impliquant des risques techniques (lorsqu'ils sont considérés comme plus importants que les risques du marché).

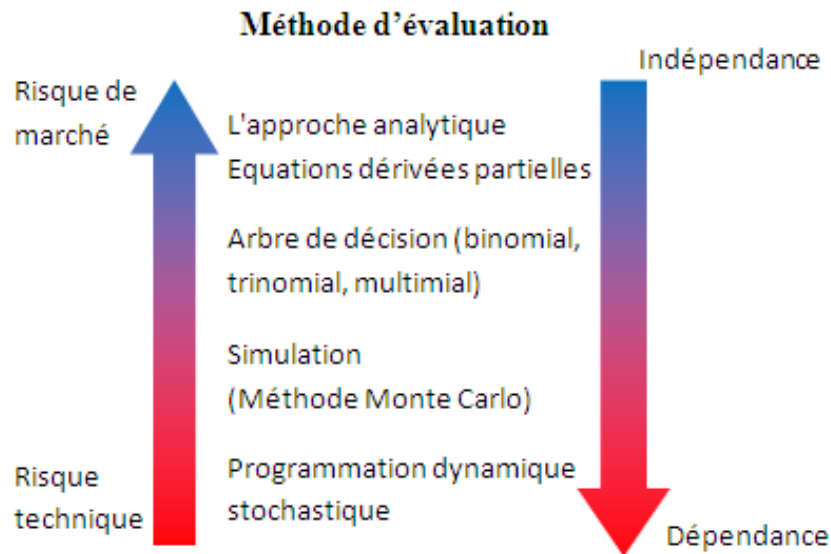


FIGURE 3.2 – Classification des méthodes d’évaluation des options réelles

D’autre part, sur l’aspect dépendance, l’approche programmation dynamique stochastique offre des résultats particulièrement encourageants pour les projets d’ingénierie dont le résultat final dépend fortement des mesures prises au sein même du projet. Dans un contexte financier, la valeur du projet est supposée suivre un processus aléatoire prédéterminé de type mouvement brownien ou processus de Ito. Dans ce contexte, l’efficacité de l’approche programmation dynamique est limitée devant les résultats de l’approche analytique.

### 3.5 Conclusion

Aujourd’hui, à notre connaissance, très peu de travaux [HSP11, JLN09, MP04] abordent l’optimisation de la maintenance par une modélisation de type options réelles, bien que la problématique se prête bien au contexte d’application. Par ailleurs, aucun de ces travaux n’intègre la question de l’investissement au travers de l’évolution technologique.

Sans chercher à en expliquer la mise en œuvre, objet des chapitres suivants, nous avons montré ici en quoi cette approche nous semble d’intérêt pour le rapprochement des problématiques maintenance et investissement. Les options réelles, initialement développées pour répondre à des questions stratégiques, par leur flexibilité fonction de l’évolution du contexte décisionnel, permettent d’y intégrer des préoccupations plus opérationnelles. Cette approche a d’ores-et-déjà fait ses preuves de son efficacité sur des projets d’investissement. L’intégration des aspects maintenance sur de tels projets nous semble tout à fait correspondre aux spécifications “Options Réelles” au vu de la multiplicité et de la flexibilité des décisions de maintenance. Il en est de même lors de la prise en compte de l’évolution technologique sous le champ spécifique de la dynamique et de l’incertitude des marchés.

Dans les contextes que nous allons développer dans la suite de ce manuscrit,

nous chercherons à formuler le problème sous forme d'un programme dynamique stochastique. En effet, au vu de l'analyse [HSP11], la programmation dynamique est particulièrement recommandée pour des projets où le risque technique est relativement élevé et pour lesquels leur valeur objective dépend étroitement des décisions successives.



## Objectifs des travaux

Dans les chapitres précédents, nous avons présenté le contexte général de cette thèse et les travaux existants pour illustrer l'évolution des approches tant organisationnelles que d'optimisation des stratégies de planification de la maintenance.

Dans ce chapitre, nous proposons :

- de résumer les principales propriétés et limites des modèles de maintenance rencontrés au cours de l'étude bibliographique ;
- de définir les hypothèses de départ et les choix effectués pour l'investigation de nos travaux ;
- de préciser les grandes lignes des objectifs que l'on cherchera à atteindre.

### 4.1 Synthèse de l'analyse bibliographique

L'analyse des méthodes et modèles disponibles pour l'optimisation de la maintenance dans un contexte industriel nous conduit à rappeler les grands objectifs de cette dernière à savoir, la recherche de performance de fonctionnement au niveau du système notamment au travers d'objectifs de disponibilité, la maîtrise des coûts de support et enfin la minimisation des effets de maintenance sur la performance globale de l'entreprise. D'une manière générale, les modèles que nous avons rencontrés dans ce cadre offrent une réponse centrée sur un des objectifs sans prendre en compte un contexte de décision plus global. Les premiers cherchent à organiser la décision principalement en fonction de l'information sur l'état du système tandis que les seconds s'intéressent à des indicateurs purement économiques du processus maintenance pour améliorer les objectifs stratégiques et la compétitivité de l'entreprise. Plus précisément, notre analyse fait ressortir les points suivants :

- Il existe de nombreux travaux qui cherchent à répondre aux préoccupations opérationnelles classiques de la maintenance. L'objectif de ces modèles, de plus en plus complexes, est une meilleure prise en compte des effets des activités de maintenance sur les performances de fonctionnement de systèmes existants. De notre point de vue, ceci conduit à centrer les objectifs d'optimisation uniquement au niveau du système, quitte à intégrer de nouvelles contraintes d'exploitation ou de disponibilité de ressources. Nous

voyons deux limites à une telle approche. La première est, sur l'aspect intégration de contraintes, la production de solutions sous-optimales par la considération d'éléments propres au processus de maintenance comme les contraintes extérieures (l'investissement ou la disponibilité des ressources matérielles et humaines par exemple). La seconde limite est liée à la restriction de la *fonction Maintenance* à la vision traditionnelle de celle-ci sans chercher à mettre en évidence les effets sur les objectifs plus globaux de performances de l'entreprise.

- L'évolution de l'organisation de la maintenance dans un contexte industriel tend à étudier ces effets sur des objectifs plus globaux en analysant la vision économique et ses liaisons avec les autres processus au niveau organisationnel de l'entreprise. Cet aspect se traduit notamment par le rapprochement entre la maintenance et l'investissement dans de nouveaux actifs qui est bien souligné dans des communautés de recherche dans des domaines économiques et financiers. Toutefois, une critique importante que l'on peut énoncer est relative à la modélisation de la performance des stratégies de maintenance uniquement basée sur des indicateurs économiques sans réelle prise en compte d'indicateurs de performance technique et fonctionnelle des systèmes ou, encore, de la diversité des actions de maintenance.
- L'obsolescence, définie comme une perte de valeur de l'actif liée à des scénarios exogènes d'évolution technologique ou commerciale est une des premières préoccupations pour la décision de la maintenance et de l'investissement. Néanmoins, la plupart des articles se positionnent uniquement par rapport à l'aspect de sciences de gestion. Ils concentrent en effet la décision de l'investissement dans une séquence technologique et ne s'intéressent pas à planifier des stratégies de maintenance au niveau opérationnel. Par ailleurs, les articles considérant des règles de maintenance se concentrent au problème d'obsolescence *objective* définie en termes de disponibilité de la technologie courante ou d'incompatibilité avec des nouveaux systèmes. La question d'obsolescence *subjective* en relation avec des questions de performances actuelles et espérées liées à la nature incertaine des technologies à venir est trop peu explorée dans le cadre de l'optimisation des performances opérationnelles des systèmes. Par ailleurs, cette question d'obsolescence subjective est aussi liée au niveau de connaissance du marché à venir, point d'importance qui, selon nous, mériterait largement d'être approfondi.
- Nous avons par ailleurs noté la différence d'échelle de temps qui peut exister entre "décision de maintenance" et "d'investissement". La combinaison de manière simultanée des objectifs de maintenance à court terme et des préoccupations d'investissement à long terme exige un cadre de modélisation décisionnel flexible. Nous avons identifié l'approche *options réelles* comme pertinente pour le problème d'optimisation de la maintenance et de l'investissement à la fois en termes de flexibilité vis-à-vis des incertitudes et aussi parce qu'elle nous paraît proche de la vision dynamique d'un décideur (on agit en fonction d'un contexte présent tout en considérant l'impact de cette décision sur une certaine période de temps). Sur ce dernier point, nous avons aussi souligné l'influence de la longueur de cet intervalle d'étude sur la décision optimale, point qui est finalement peu pris en considération dans grand nombre d'études.

## 4.2 Limites du cadre de l'étude

La motivation principale de ce sujet de thèse est liée aux questions suivantes : lorsque l'innovation technologique n'est pas prise en compte dans le processus de maintenance, on peut estimer que, globalement, l'objectif des activités de la maintenance se cantonne à prolonger la vie économique du système. Alors, qu'en est-il avec une prise en compte de l'innovation technologique ? Ne doit-on pas bénéficier au plus tôt d'une technologie, certes plus onéreuse à l'achat, performante en termes de productivité mais aussi moins consommatrice de ressources de maintenance ? Ou à contrario, ne doit-on pas chercher à maintenir coûte que coûte le matériel actuel pour espérer une technologie supérieure ?

On voit bien ainsi les relations entre stratégies de maintenance et stratégies d'investissement économique, défini ici comme le renouvellement de matériel. Cependant, notre vision est que les courants de recherche actuels ainsi que l'organisation de l'entreprise forcent à les opposer ou du moins à les découpler. En effet, la question de l'investissement est majoritairement motivée par des préoccupations d'ordre stratégique économique alors que l'organisation de la maintenance se décline plutôt au niveau opérationnel en cherchant à minimiser son impact sur les performances des processus en interaction. Nous voyons donc un double intérêt au rapprochement de ces deux domaines. Le premier, plus classique, est l'optimisation de la décision dans un contexte global et les intérêts réciproques que peuvent s'apporter ces deux domaines [MS99]. Le second est d'ordre plus philosophique dans le sens où il positionne le domaine de la maintenance comme un levier d'amélioration des performances de l'entreprise et non plus comme, encore trop souvent, un processus support d'assurance de ses performances. Ce dernier aspect a tendance à restreindre de manière naturelle la fonction maintenance aux activités de maintien des systèmes sans pour autant chercher à mettre au premier plan son potentiel d'amélioration des performances de l'entreprise, et de facto, à positionner la maintenance et les acteurs associés dans une perception péjorative voire négative de leurs activités vis-à-vis des organisations.

Afin de justifier une meilleure intégration de la maintenance au contexte plus global d'entreprise, nous proposons ici de quantifier l'influence de la décision de maintenance sur une stratégie d'investissement dont les critères de décision reposent, entre autre, sur l'obsolescence des matériels et le séquençement ou la probabilité d'occurrence de nouvelles technologies sur un horizon de temps défini. Afin de limiter l'étendue de notre étude, nous concentrons notre argumentation sur des aspects purement technologiques indépendamment des différents marchés, notamment l'offre et la demande. Par ailleurs, nous n'intégrerons pas ici la composante financière de l'investissement en considérant la disponibilité à tout moment des fonds monétaires pour la réalisation d'un investissement. Cette hypothèse peut paraître forte au vu des contextes économiques mais reste cependant en cohérence avec le point de vue de toute une communauté économiste considérant que, si l'évolution technologique laisse supposer l'assurance de compétitivité de l'entreprise, cette dernière sera apte à justifier la mise en place des capitaux pour la réalisation de tels investissements. Il reste cependant d'intérêt d'étudier la rentabilité d'un tel investissement pour la prise de décision.

### 4.3 Objectifs des travaux

L'objectif principal de ce travail consiste par conséquent à optimiser de manière conjointe les intérêts opérationnels de la maintenance et la stratégie d'investissement/remplacement de matériel dans un contexte d'évolution technologique. Les préoccupations les plus courantes dans le domaine de l'optimisation de la maintenance sont le maintien et la garantie de performance du système actuel. Dans ce cadre, les décisions de maintenir ou de remplacer reposent classiquement sur des ratios de coûts et de performances "fonctionnelles" du système modélisées par le biais d'indicateurs de dégradation ou encore des taux de défaillance. La décision d'investissement sera elle motivée par, d'une part, le niveau d'obsolescence du système actuel par rapport aux performances connues ou estimées des technologies disponibles ou à venir et, d'autre part, l'estimation du retour d'investissement en intégrant la vente de l'actif et d'un éventuel stock de pièces de rechange. Il est clair que le niveau de dépréciation de l'actif est aussi fonction de son âge ou de son niveau de dégradation. Ceci permet de faire le lien avec des objectifs de maintenance. Par ailleurs, l'un des challenges pour la prise de décision en investissement est clairement l'acquisition d'information sur les futures évolutions à la fois en termes de performances technologiques mais aussi des dates de mise sur le marché. Il est clair que les problématiques d'investissement diffèrent en fonction de la fréquence estimée d'apparition de ces nouvelles technologies [Cla08] :

1. La fréquence d'apparition des nouvelles technologies est très élevée. Cette hypothèse est généralement liée à des systèmes technologiques peu onéreux et non réparables pour lesquels l'évolution technologique est plutôt synonyme de petites améliorations, notamment fonctionnelles. Les modélisations d'évolution technologique rencontrées sont généralement des modèles linéaires ou géométriques continus et la question de stratégie d'investissement se pose a priori par rapport à un niveau opérationnel. Dès son amortissement, le composant pourra être remplacé par un composant à niveau de performance à définir.
2. La fréquence d'apparition des nouvelles technologies est du même ordre de grandeur que la durée de vie d'un composant. Dans ce cas, il est intéressant de considérer une séquence discrète de dates d'arrivée pour laquelle les durées inter-événements sont des variables aléatoires distribuées par une loi de probabilité supposée donnée. Règles de maintenance et d'investissement sont à définir simultanément.
3. Les durées d'évolution technologique sont longues par rapport à la durée de vie des composants. La préoccupation principale du décideur peut se ramener à la définition d'une politique optimale de maintenance en intégrant la probabilité d'apparition d'une unique nouvelle technologie sur un horizon d'étude bien défini.
4. La nouvelle technologie est déjà présente sur le marché et ses performances sont connues. La problématique principale est liée à l'obsolescence matérielle et la gestion du compromis entre anticipation de renouvellement pour bénéficier de la nouvelle technologie et maximiser la vie résiduelle du composant actuel.

Le rapprochement entre performances opérationnelles et décisions stratégiques impose, au vu des diverses incertitudes, la construction d'un modèle décisionnel



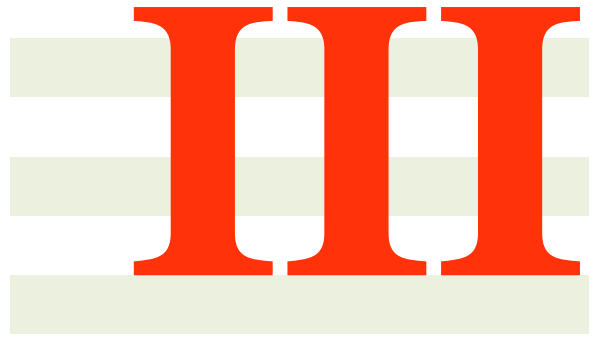
flexible, dynamique et réactif en fonction du niveau de l'information courante disponible. L'analyse des options réelles, méthode inspirée des options financières, nous semble être une approche prometteuse pour atteindre nos objectifs.

Les travaux que nous allons présenter dans la suite de ce manuscrit se positionnent sur ces 4 points. Plus précisément, en voici une déclinaison sous forme d'objectifs :

- une meilleure prise en compte de l'*état de dégradation du système* pour améliorer l'évaluation courante du coût de l'actif et s'assurer du meilleur compromis actions de maintenance et investissement ;
- la proposition et l'analyse de modèles de décision flexibles et dynamiques sur le principe des options réelles pour une meilleure prise en compte des préoccupations du domaine de la maintenance et de l'investissement. De tels modèles permettront de quantifier les impacts des choix sur chacun des domaines ;
- l'extension du contexte décisionnel en maintenance avec la prise en compte de la disponibilité et des coûts des moyens de maintenance au travers de la prise en compte de la gestion des stocks de pièces de rechange ;
- la formulation d'hypothèses plus réalistes telles que des lois non stationnaires pour la construction de la séquence technologique ;
- une analyse de l'impact de la connaissance ou du niveau d'information relative aux nouvelles technologies.

L'organisation du travail à suivre est la suivante. Dans un premier temps, le travail sera centré sur les modèles de performance de la maintenance dans un environnement global intégrant stock de pièces de rechange et investissement dans des nouvelles technologies soumises à évolution constante. Dans un second temps, nous aborderons la problématique maintenance/investissement lorsque la fréquence d'apparition de nouvelles technologies est relativement faible avec, entre autre, une étude de l'horizon d'étude à prendre en compte pour garantir une robustesse à la décision et l'introduction d'une nouvelle option d'achat d'information sur les technologies à venir.





## Évolution séquentielle et rapide de technologie



# Maintenance / Investissement de remplacement sous une séquence technologique

## 5.1 Introduction

Ce chapitre vise principalement à mettre en évidence l'apport de politiques de maintenance sur les stratégies de renouvellement des actifs sous l'hypothèse d'une évolution continue des technologies. Nous rappelons que dans ce contexte la décision de renouvellement consiste à définir la date d'investissement et à choisir la technologie la plus appropriée au contexte.

Nous considérons ici comme incertaine cette évolution technologique, l'information sur les nouveaux systèmes n'étant disponible que lors de leur apparition sur le marché. Par ailleurs, nous supposons que le marché est cohérent dans le sens où les performances de tout nouveau système sont supérieures aux technologies passées. Pour modéliser l'évolution technologique, on combine le modèle géométrique pour l'amélioration des performances et le modèle d'apparition incertaine de nouvelle technologie.

Le modèle d'évolution géométrique technologique est présenté dans [BMZ00, TS03, KT98, HY09, NY07, YH08, Bet02]. Ces articles utilisent le modèle géométrique pour la construction des fonctions de coût à travers les générations d'équipements ou au fil du temps. Ceci suppose une relation implicite et binaire entre performances économiques d'un système et son état de dégradation, hormis pour [BMZ00] qui intègre explicitement les performances fiabilistes du système dans la construction de la décision optimale. Dans notre étude, nous explicitons la notion d'évolution d'état de dégradation pour un système par le biais d'un taux de dégradation par unité de temps, ce taux de dégradation devenant par la suite le paramètre de caractérisation technologique. Par ailleurs, nos fonctions de profit et de coût de maintenance dépendent de l'état de dégradation observable au travers d'inspections périodiques. Comme le taux de dégradation estimé des équipements est amélioré

au fur et à mesure des générations technologiques, le profit cumulé et le coût de maintenance dépendront indirectement des générations technologiques.

Par ailleurs, on suppose non-stationnaire la probabilité d'apparition d'une nouvelle technologie au fil du temps non-stationnaire. On rappelle que Nair [Nai95, Nai97] utilise également une probabilité non-stationnaire pour l'apparition de nouvelles technologies mais ses travaux ne prennent pas en compte directement les effets de vieillissement ou de dégradation des systèmes étudiés. Une des conséquences est alors la difficulté d'estimer la valeur résiduelle d'un système qui dépend fortement de son état réel. La prise en compte directe des effets de dégradation dans le modèle décisionnel et l'explication du modèle associé nous permettent d'estimer cette valeur résiduelle en fonction de la durée de la vie résiduelle moyenne du système pour ensuite la comparer au prix d'achat de la technologie équivalente au moment de la revente.

Ce chapitre est structuré comme suit : la section 5.2 est consacrée à la définition des hypothèses de notre problème et à la formulation mathématique associée. Dans la section 5.3, les hypothèses de paramètres d'entrée sont discutées. Nous chercherons ensuite, section 5.4, à illustrer les performances du modèle au travers d'exemples numériques. Enfin, une conclusion est proposée dans la section 5.5.

## 5.2 Formulation du modèle

### 5.2.1 Définition du problème de maintenance

On considère une machine réparable qui fonctionne de manière continue. La dégradation du système est mesurée au travers d'une variable  $X_t$  croissante évoluant de  $X_0 = 0$  signifiant que le système est neuf, jusqu'à un seuil de défaillance,  $\zeta$ . L'évolution de la dégradation est caractérisée par un taux de dégradation par unité d'usage propre à la machine. À l'état défaillant  $X_t > \zeta$ , noté  $m$ , on considère que la machine continue à fonctionner. Pour évaluer le niveau de dégradation, des inspections périodiques sont effectuées. L'intervalle entre les inspections,  $\tau$ , est fixé et définit l'intervalle de décision.

On suppose qu'une seule nouvelle technologie peut apparaître dans un intervalle de décision. On introduit  $p_{k+1}^{n+1}$ , la probabilité non-stationnaire que la technologie  $k + 1$  apparaît dans l'intervalle  $\tau$  sachant que la dernière technologie disponible à l'époque de décision  $n$  est  $k$ . La différence entre les technologies  $k$  et  $k + 1$  est modélisée par un facteur d'amélioration du taux de dégradation par unité d'usage.

On définit alors, pour chaque intervalle de temps  $n$ , l'état du système par le triplet  $(x, k, j)$  avec le niveau de dégradation observé  $x$  de la technologie utilisée  $j$  alors que la dernière technologie disponible est  $k$ . Comme nous l'avons souligné en introduction de ce chapitre, nous supposons le marché cohérent ce qui implique  $k \geq j$ . Nous définissons l'ensemble des actions possibles à tout moment,  $\mathcal{A}(x, k, j) = \{DN, M, I\}$  comme suit :

1. Ne rien faire ( $DN$ ). On laisse le système en l'état  $(x, k, j)$ . Il continue de se dégrader jusqu'à la prochaine intervention et génère sur une période de déci-

sion un profit cumulé  $G(x)$ . On suppose que  $G(x)$  est une fonction positive décroissante et ne dépend que de l'état de dégradation  $x$  au début de cette période. De notre point de vue, cette hypothèse n'est pas très restrictive dans les cas où la période de décision n'est pas trop longue et la vitesse de dégradation suffisamment lente. Dans d'autres cas, il pourrait être judicieux de prendre la valeur moyenne de profit généré sur la période estimée en fonction du niveau de dégradation d'entrée  $x$ .

2. **Maintenir ( $M$ ).** Cette action, aussi appelé réparation, permet de rétablir la machine dans un niveau de dégradation,  $\max(0, x - d)$ , où  $d$  est l'efficacité supposée connue de la maintenance. Le coût de maintenance  $c_M(x)$  est croissant en l'état de dégradation. À l'issue de la maintenance, la machine est dans l'état  $\max(0, x - d)$  et génère dans l'intervalle de décision suivant le profit correspondant.
3. **Investissement ( $I$ ).** Un investissement consiste à renouveler le système par une des technologies,  $h$ , disponibles sur le marché au moment de la décision. On limitera le choix de la technologie  $j \leq h \leq k$ . On suppose ainsi qu'après un investissement dans un niveau technologique, les générations antérieures sont automatiquement retirées du marché. Le coût d'un tel remplacement est donné par la différence entre le prix d'achat d'une nouvelle machine,  $c_{n,h}$ , et la valeur résiduelle  $b_{n,j}(x)$  du système actuel.

Le prix d'achat d'une technologie  $h$  n'est pas constant. On le suppose croissant en fonction du niveau technologique et décroissant par rapport au temps depuis sa mise à disposition sur le marché. La valeur résiduelle du système courant  $j$  au niveau de dégradation  $x$  est fonction du marché, le prix d'achat d'une machine neuve équivalente à la date  $n$ , et de la durée moyenne de vie résiduelle estimée. Dans la période de décision suivante, après le remplacement, la nouvelle machine générera le profit  $G(0)$ . On suppose que le prix d'achat d'une nouvelle technologie peut être estimé tout comme le taux de dégradation dans le cas où les paramètres techniques et les spécifications des modèles futurs sont connus à l'avance.

On estime ici que les temps de mise en place d'une décision et de réalisation de l'action associée sont négligeables devant le temps d'opération. Par ailleurs, on souligne que l'état défaillant,  $m$ , n'entraîne pas une intervention automatique de remise en état du système et qu'une option d'attente d'une meilleure technologie est offerte par le choix de l'action  $DN$ . Par contre, afin de pénaliser cet état de défaillance, on supposera un profit négatif sur la période,  $G(m) < 0$ . La Figure 5.1 offre une illustration des effets des options de  $DN$ ,  $M$ ,  $I$  sur l'évolution de dégradation du système.

Sous ces conditions, le problème de maintenance est la construction de la politique qui maximise le profit sur un horizon de temps donné,  $N \cdot \tau$ . Une politique est une fonction qui définit pour tout état  $(x, k, j)$  à l'instant  $n$  la décision à appliquer. Nous réduirons ce problème d'optimisation en supposant donné l'intervalle d'inspection  $\tau$ .

### 5.2.2 Formulation du critère de décision

Nous proposons de formuler le problème de maintenance comme un Processus de Décision Markovien (MDP) non stationnaire en temps discret. La résolution d'un





- $k' \in k, k + 1$ .

La valeur associée à l'option *Ne rien faire*, équation (5.2), est fonction de la valeur actualisée à l'époque suivante pour toute valeur de dégradation  $x' > x$  du système courant  $j$  (on ne change pas de technologie) et éventuellement une nouvelle technologie apparaît (on passerait de  $k$  à  $k + 1$  dans ce cas). Pour la valeur associée à l'option *Maintenir*, équation (5.3), on retrouve bien le coût propre de l'action en fonction du niveau de réparation à laquelle on rajoute la valeur de l'option *Ne rien faire* avec le système  $j$  restauré dans son nouvel état de dégradation. Enfin, la valeur de l'option *Investir dans la technologie  $h$* , équation (5.4) est donnée par le coût d'investissement propre, le gain lié à la revente du système courant  $j$  et la valeur de l'option *Ne rien faire* avec la nouvelle technologie  $h$  toute neuve,  $x = 0$ .

Nous proposons de résoudre ce problème non stationnaire sur l'horizon fini via la procédure classique de l'Algorithme Backward dont nous détaillons le principe général en Annexe 1 de la partie VI.

### 5.2.3 Probabilités de transition

Pour calculer les probabilités de transition, on propose de discrétiser l'état de dégradation de la machine. Soit  $z$  l'état de dégradation discrétisé au début de la période de décision courante.  $z$  est la première valeur de  $N_X$  intervalles discrets de longueur  $l$  sur  $[0, \zeta]$ ,  $\zeta$  : le seuil défaillant).

C'est-à-dire, si l'état de dégradation ( $x$ ) au début de la période de décision appartient à l'intervalle  $([0, l[, [l, 2l[, [2l, 3l[, \dots, [(N_X - 1)l, \zeta])$ ,  $x$  est approximé par  $z \in \{0, l, 2l, 3l, \dots, (N_X - 1)l\}$ . Et lorsque l'état de dégradation ( $x$ ) au début de la période de décision courante est supérieur au seuil de défaillance ( $x \geq \zeta$ ), on utilise  $m$  afin de présenter l'état défaillant de la machine.

Finalement, le processus  $X_t, t > 0$  est approché par la chaîne de Markov  $Z_n, n \in N$  à valeurs dans  $\{0, l, 2l, 3l, \dots, (N_X - 1)l, m\}$ . Après la maintenance préventive, l'état de dégradation est réduit d'un montant déterminé de l'unité de dégradation,  $d$ . La probabilité de transition est :

$$p_n(x', k', j | x, k, j) = p_j(x' | x) p_{n+1}^{k'} \quad (5.5)$$

où  $x' \in \{z, z + l, \dots, (N_X - 1)l, \zeta\}$ ;  $k' \in \{k, k + 1\}$

On rappelle que l'état de dégradation ( $x'$ ) à l'époque de décision prochaine ne dépend que de l'état de dégradation ( $x$ ) à l'époque courante et la génération technologique ( $j$ ) de la machine. On note  $p_j(x' | x)$  la probabilité de transition. Par ailleurs,  $p_{n+1}^{k'}$  est la probabilité d'apparition de la prochaine génération de technologie ( $k + 1$ ) à la période prochaine ( $n + 1$ ) avec  $k' = k + 1$  ou inversement, c'est la probabilité de non-apparition de nouvelle technologie avec  $k' = k$ . On a :

$$p_j(x' | x) = \int_{z'-z}^{z'-z+l} f_j(y) dy \quad (5.6)$$

avec  $z, z' \in \{0, l, 2l, 3l, \dots, (N_X - 1)l\}$  et  $f_j(y)$  est la fonction de densité de probabilité du processus de dégradation de la  $j$ ème génération technologique dans la période de décision  $\tau$ . De manière similaire, on a :

$$p_j(m | x) = \int_{\zeta-z}^{\infty} f_j(y) dy \quad (5.7)$$

## 5.3 Discussion des paramètres d'entrée

### 5.3.1 La probabilité d'apparition d'une nouvelle technologie

On définit la probabilité d'apparition de la technologie  $k + 1$  à l'époque de décision  $n + 1$ , sachant que la dernière technologie disponible à l'époque de décision  $n$  est  $k$  comme une fonction croissante du temps :

$$p_{n+1}^{k+1} = 1 - \delta \varepsilon^{n-k} \quad (5.8)$$

- $\delta$  est le facteur qui représente la probabilité de non-apparition de la prochaine génération dans l'intervalle de décision suivant lorsque la dernière technologie disponible à l'époque actuelle  $n$  est  $k$  et  $k \equiv n$ . ;
- $\varepsilon$  définit la vélocité du marché en tant que vitesse d'augmentation d'apparition de nouvelles technologies au cours du temps.

### 5.3.2 Processus de dégradation

On considère une machine dont le processus de dégradation est un processus cumulatif. Les incréments de dégradation entre deux instants sont strictement positifs. De plus, on suppose que la distribution de ces incréments est uniquement dépendante de l'intervalle de temps considéré. On se propose de modéliser la dégradation par un processus gamma. Une telle modélisation est classique pour l'étude de la maintenance de systèmes à dégradation continue.

On suppose ainsi que, pour un système de technologie  $j$ , sur toute période de décision de longueur  $\tau$ , les incréments de dégradation  $X_j(n + 1) - X_j(n)$  sont indépendants, identiquement distribués et suivent la distribution de Gamma stationnaire de paramètre de forme  $\alpha_j \cdot \tau$  et de paramètre d'échelle donné  $\beta$ . La fonction de densité de probabilité du processus de dégradation de la machine de la  $j$ -ème génération technologique dans la période  $\tau$  est donnée par :

$$f_j(x) = \frac{\beta^{\alpha_j \tau}}{\Gamma(\alpha_j \tau)} x^{\alpha_j \tau - 1} e^{-\beta x} \quad (5.9)$$

On souligne ici que le paramètre  $\alpha_j$  est fonction de la technologie utilisée  $j$ . La construction de ce paramètre  $\alpha_j$  est présentée dans le paragraphe suivant.

### 5.3.3 Impacts de l'évolution technologique

Comme on l'a supposé précédemment, l'évolution technologique vise à améliorer les caractéristiques moyennes de dégradation et particulièrement la vitesse de dégradation estimée. Dans le cas des processus de Gamma stationnaires, ce paramètre est directement proportionnel à  $\alpha_j$ . On modélise l'impact de l'évolution technologique par la fonction géométrique exponentielle décroissante :

$$\alpha_j = a e^{-\kappa(j-1)} + b \quad (5.10)$$

où  $\kappa, a, b$  sont des constantes ; et  $j \geq 1$ .

Grâce au développement technologique, la vitesse de dégradation de la machine est améliorée. Elle décroît vers la valeur seuil,  $b > 0$ . Les valeurs  $\kappa, a, b$  doivent être

estimées par des données collectées ou complétées par de l'expertise. Dans notre étude, ces valeurs sont arbitraires et répertoriées dans le Tableau 5.1.

Nous proposons de construire le prix d'achat des nouvelles technologies de la façon suivante :

- nous supposons que l'augmentation du prix d'achat entre deux générations consécutives est constante et donnée par un facteur  $u$ ,  $u > 1$  ;
- nous supposons que la dévaluation du prix d'une même technologie est constante par unité de temps. On appelle  $\nu$  ce taux de décote,  $\nu \leq 1$ .

Sous ces hypothèses, la fonction d'évolution du prix d'achat d'une technologie  $h$  à la date  $n$  est définie par :

$$c_{n,h} = c_{1,1} \nu^{n-1} u^{h-1} \quad (5.11)$$

où  $c_{1,1}$  est le prix d'achat de la première génération technologique à l'époque décision initiale. Dans notre étude, les données  $c_{1,1}$ ,  $\nu$ ,  $u$  sont arbitraires, Tableau 5.1. En fonction de ces valeurs, le Tableau 5.2 récapitule l'évolution de  $c_{n,h}$ .

On modélise la valeur résiduelle comme une fonction du prix d'achat de cette technologie avec la décote associée et de la vie résiduelle moyenne ( $MLR$ ). Selon les hypothèses de dégradation, si  $x$  est l'état observé, on définit la  $MLR(x)$  comme le nombre moyen d'époques de décision à partir de la période actuelle jusqu'à la défaillance. Puisque, pour les processus Gamma stationnaires, la vitesse moyenne de dégradation dans une période de décision est constante et égale à  $\alpha_j \tau / \beta$ , on aura :

$$MRL(x) = \frac{\beta}{\alpha_j \cdot \tau} (\zeta - x) \quad (5.12)$$

De là, on propose la fonction suivante pour la valeur résiduelle,  $x \in [0, \zeta]$  :

$$b_{n,j}(x) = h_2 \cdot c_{n,j} \cdot [1 - \exp(-v \cdot MRL(x))] \quad (5.13)$$

avec  $h_2, v$  constants.  $h_2$  représente la décote d'un produit neuf remis sur le marché (la perte de la TVA par exemple dans le cas d'une voiture neuve).

### 5.3.4 La fonction du profit et du coût de maintenance

On suppose que la productivité de la machine est fonction de son état de dégradation. Pour modéliser ceci, on suppose que la fonction du profit accumulé dans une période de décision est décroissante en l'état de dégradation. De plus, on suppose à l'inverse que la vitesse de perte de performance est croissante en l'état de dégradation. Pour refléter cette nature, on utilise une fonction concave décroissante de l'état de dégradation  $x$  pour caractériser le profit accumulé.

$$G(x) = g_0 - r_g \exp \left( v \frac{\beta}{\alpha_1 \cdot \tau} x \right) \quad (5.14)$$

$x \in [0, \zeta]$  ;  $g_0, r_g$  sont constants.

Inversement, lorsque l'état de dégradation est plus grand, la fonction du coût de maintenance croît plus vite. On se propose d'utiliser la fonction convexe croissante suivante pour représenter le coût de maintenance.

$$c_M(x) = c_0 + r_c \exp \left( v \frac{\beta}{\alpha_1 \tau} x \right) \quad (5.15)$$

avec  $x \in [0, \zeta]$  et  $c_0$  et  $r_c$  des constantes données.

TABLE 5.1 – Paramètres d’entrée pour l’Exemple 1

Probabilité d’apparition	$\delta$	$\varepsilon$			
	0.8	0.96			
Profit & Facteur d’actualisation	$g_0$	$r_g$	$\lambda$		
	213.2	1.2	0.8		
Maintenance & Seuil défaillant	$d$	$c_0$	$r_c$	$\zeta$	
	1.4	3.32	0.178	20	
Processus de dégradation	$\beta$	$a$	$b$	$\kappa$	$N_X$
	2.22	3	0.4	0.4	100
Valeur résiduelle Prix d’achat	$h_2$	$v$	$c_{1,1}$	$\nu$	$u$
	0.8	0.4	100	0.98	1.05

TABLE 5.2 – Prix d’achat de nouvelle machine pour l’Exemple 1

$n$	$c_{n,1}$	$c_{n,2}$	$c_{n,3}$	$c_{n,4}$	$c_{n,5}$
1	100				
2	98	102.9			
3	96.04	100.84	105.88		
4	94.12	98.83	103.77	108.95	
5	92.24	96.85	101.69	106.78	112.11

## 5.4 Analyse de sensibilité des politiques par expérimentation numérique

Dans cette section, on se propose d’analyser les performances du modèle sur la base d’exemples numériques.

La politique optimale pour les trois premières périodes de décision sur l’horizon fini de  $N = 10$ , est donnée dans le Tableau 5.3. Pour chaque époque  $n$ , avec la technologie utilisée  $j$ , sachant la dernière génération de technologie disponible  $k$ , la matrice de décision définit le choix optimal en fonction de l’état de dégradation courant  $x$  : Ne rien faire si  $x \in [x_1, x_2)$ , Maintenir si  $x \in [x_2, x_3)$  et Investir par la nouvelle technologie si  $x \in [x_3, x_4]$ .

Avec les paramètres donnés dans le Tableau 5.1, la politique optimale prescrit un remplacement par une machine identique ( $h^* = j$ ). Le rapport entre réduction des effets de dégradation et coût d’investissement n’est pas suffisant pour justifier de l’achat d’une nouvelle technologie, surtout sur le court terme. Dans ce cas, les sauts technologiques ne sont pas suffisants et la politique optimale se réduit à une politique de remplacement classique, i.e. sans considération de nouveaux systèmes.

### 5.4.1 Influence du changement du prix d’achat sur la politique optimale

Rappelons que  $u$  est un paramètre qui reflète directement le changement du prix d’achat sous le développement technologique. Lorsque  $u > 1$ , les évolutions tech-

TABLE 5.3 – Politique optimale pour les trois premières périodes

$n$	$k, j$	Ne rien faire	Maintenance	Investissement
1	1, 1	[0, 1.5)	[1.5, 7.3)	[7.3, 20]
2	1, 1	[0, 1.5)	[1.5, 7.3)	[7.3, 20]
	2, 1	[0, 1.5)	[1.5, 7.3)	[7.3, 20]
3	1, 1	[0, 1.5)	[1.5, 7.1)	[7.1, 20]
	2, 1	[0, 1.5)	[1.5, 7.1)	[7.1, 20]
	3, 1	[0, 1.5)	[1.5, 7.1)	[7.1, 20]

nologiques sont plus chères à l'achat, on s'attend alors à des améliorations notables de performances techniques. Si  $u < 1$ , le progrès technologique contribue à réduire le prix d'achat et enfin  $u = 1$  est le cas où le changement technologique n'influence pas le prix d'achat (on rappelle toutefois qu'étant donnée la décote au cours du temps, une nouvelle technologie restera plus chère, à une date donnée qu'une ancienne technologie).

Toujours avec les mêmes valeurs de paramètres que dans l'exemple précédent, lorsque nous faisons uniquement varier la valeur de  $u$ , les résultats numériques nous permettent de retrouver les conclusions suivantes :

1. Si l'augmentation du prix d'achat est significative,  $u \geq 1.05$ , la règle optimale préconise de ne pas investir dans une nouvelle technologie lors d'un remplacement et de conserver la technologie la moins chère ;
2. Lorsque cette augmentation est moindre,  $u \leq 1$ , il est économiquement rentable d'investir dans la dernière technologie disponible lors d'un remplacement.

Pour des valeurs intermédiaires,  $u_1 = 1.01$  et  $u_2 = 1.005$ , le Tableau 5.4 récapitule la décision d'investissement lors d'un remplacement pour différentes situations. Les résultats numériques laissent supposer que, pour des facteurs proches de 1, on cherchera à bénéficier de la meilleure technologie disponible tant que le niveau de rentabilité est suffisant. En effet, lorsque l'horizon d'étude est  $N = 10$ , la politique optimale cherche le meilleur compromis de technologie et non plus un investissement automatique dans la dernière génération. Ce résultat est d'autant plus vrai que la valeur de  $u$  est élevée. Cette conclusion est consolidée par les résultats numériques complémentaires suivants :

- Quand  $u = 1.05$ ,  $h^* = j$  pour toutes les périodes de décision.
- Quand  $u = 1.01$ ,  $h^* = k$  pour les quatre premières périodes de décision.
- Quand  $u = 1.005$ ,  $h^* = \max(k, 4)$  pour les six premières période de décision.
- Quand  $u = 1.001$ ,  $h^* = k$  pour tous les période de décision, à l'exception de la dernière période :  $h^* = j$ .

Nous avons par ailleurs mis en évidence les effets de  $u$  sur les politiques de maintenance et d'investissement de remplacement, i.e. l'influence sur les valeurs des seuils respectifs. Pour cela, nous avons comparé, Tableau 5.5 les différentes zones de décision entre le cas 3 considérant l'évolution technologique avec  $u = 1.001$  et le cas 4 sans évolution (les  $\times$  dans le tableau signifient que les cas ne sont pas étudiés).

TABLE 5.4 – Impact de  $u$  sur la décision d'investissement

	$n = 2$		$n = 3$		$n = 4$		$n = 5$		$n = 6$	
$k, j$	$u_1$	$u_2$	$u_1$	$u_2$	$u_1$	$u_2$	$u_1$	$u_2$	$u_1$	$u_2$
2,1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3,1			3	3	3	3	3	3	3	3
3,2			3	3	3	3	3	3	3	3
4,1					4	4	3	4	3	4
4,2					4	4	3	4	3	4
4,3					4	4	3	4	3	4
5,1							3	4	3	4
5,2							3	4	3	4
5,3							3	4	3	4
5,4							4	4	4	4

TABLE 5.5 – Impact de  $u$  sur la politique optimale de maintenance/remplacement

$n$	$k, j$	Ne rien faire		Maintenance		Investissement	
		Cas 3	Cas 4	Cas 3	Cas 4	Cas 3	Cas 4
1	1,1	[0, 1.5)	[0, 1.5)	[1.5, 7.5)	[1.5, 7.3)	[7.5, 20]	[7.3, 20]
2	1,1	[0, 1.5)	[0, 1.5)	[1.5, 7.5)	[1.5, 7.3)	[7.5, 20]	[7.3, 20]
	2,1	[0, 1.5) [6.3, 6.7)	x	[1.5, 6.3)	x	[6.7, 20]	x
	2,2	[0, 1.7)	x	[1.7, .1)	x	[7.1, 20]	x

En tout premier lieu, on peut dire que, sur cet exemple et sur les deux premières périodes,  $k = j = 1$ , les politiques sont du même ordre dans les deux cas même si on aurait tendance à repousser légèrement la décision de remplacement pour attendre une éventuelle nouvelle technologie.

Par contre, si on limite l'analyse au cas 3, la considération des nouvelles technologies influence plus fortement la politique de maintenance / investissement. Elle peut entraîner la perte de la monotonie de la décision. En effet, pour  $k = 2$ , on observe un intervalle de décision disjoint pour l'action *Ne rien faire*,  $x \in [0, 1.5) \cup [6.3, 6.7]$ . On explique ceci de la façon suivante : On cherche à profiter au maximum de la capacité du fonctionnement du système courant et on investira dans la nouvelle technologie au seuil de dégradation  $x = 6.7$ . L'option de ne rien faire dans l'intervalle  $x \in [6.3, 6.7]$  est assimilable à une option de retarder dans l'attente de la meilleure technologie.

D'autre part, la politique de remplacement dépend strictement de l'écart entre la dernière technologie disponible  $k$  et la technologie utilisée  $j$ . Un écart important entre générations de technologie plus grand entraîne un remplacement anticipé, i.e. une réduction de la valeur du seuil de remplacement plus petit. Par exemple, quand  $n = 3$  et  $j = 1$ , le seuil d'investissement de remplacement est respectivement  $x_I = 7.5; 6.7; 6.3$  pour  $k = 1, 2, 3$ .

### 5.4.2 Impact de l'amélioration technologique sur la politique optimale

L'amélioration entre les générations technologiques est caractérisée par le facteur  $\kappa$  - facteur de réduction de la vitesse de dégradation. L'analyse des résultats proposés dans la Table 5.6 nous conduit au résultat non intuitif suivant : *l'amélioration de la vitesse de dégradation à travers les générations technologiques ne favorise pas la tendance d'investir dans la nouvelle technologie*. En effet, en fonction du ratio amélioration de la nouvelle technologie et augmentation de son prix d'achat, il existe un seuil de génération de technologie  $j^*$ , tel que :

- Si le niveau de la technologie courante  $j$  est inférieur à  $j^*$  ( $j \leq j^*$ ), on privilégiera automatiquement l'investissement dans la meilleure technologie pour des valeurs de  $\kappa$  élevées ;
- Si le niveau de la technologie courante  $j$  est supérieur à  $j^*$  ( $j \geq j^*$ ), on privilégiera l'achat d'une technologie intermédiaire.

TABLE 5.6 – Impact de  $\kappa$  sur la technologie optimale pour l'investissement -  $\kappa_2 = 0.4$  ;  $\kappa_3 = 1.5$

	$n = 2$		$n = 3$		$n = 4$		$n = 5$		$n = 6$	
$k, j$	$\kappa_2$	$\kappa_3$	$\kappa_2$	$\kappa_3$	$\kappa_2$	$\kappa_3$	$\kappa_2$	$\kappa_3$	$\kappa_2$	$\kappa_3$
2,1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3,1			3	3	3	2	3	2	3	2
3,2			3	3	3	2	3	2	3	2
4,1					4	2	3	2	3	2
4,2					4	2	3	2	3	2
4,3					4	3	3	3	3	3
5,1							3	2	3	2
5,2							3	2	3	2
5,3							3	3	3	3
5,4							4	4	4	4

Ces résultats numériques ont été obtenus avec les données fournies dans le Tableau 5.1 pour  $u = 1.01$ . La seule donnée qui varie est  $\kappa$  qui prend ses valeurs dans  $\kappa \in \{0.01, 0.4, 1.5, 2.5\}$ . Sous ces conditions, on trouve le seuil  $j^* = 2$  et les règles suivantes :

- $\kappa = \kappa_1 = 0.01$ , on remplacera le système à l'identique :  $h^* = j$ .
- $\kappa = \kappa_2 = 0.4$  ou  $\kappa = \kappa_3 = 1.5$ , la valeur de  $h^*$  varie. Elle est donnée dans le Tableau 5.6. Considérons  $(k, j) = (3, 1)$  à la période de décision  $n = 4$ , on investira dans la technologie  $h^* = 3$  dans le cas  $\kappa = 0.4$  tandis qu'on choisira la technologie  $h^* = 2$  avec  $\kappa = 1.5$ . Donc, une forte valeur de  $\kappa$  semble ne pas favoriser la tendance de remplacement par la dernière technologie disponible.
- $\kappa = \kappa_4 = 2.5$ , on remplace le système courant  $j$  par la meilleure technologie quand  $j \leq j^* \leq k$ , et avec la même technologie quand  $j \geq j^*$ .

On va chercher maintenant à analyser l'influence de  $\kappa$  sur les seuils de décision de réparation et remplacement sur la base des résultats présentés dans le Tableau 5.7 pour  $\kappa = 1.5$ , amélioration significative des évolutions technologies, et  $\kappa = 0.01$ , légères améliorations.

TABLE 5.7 – Impact de  $\kappa$  sur la politique optimale de maintenance/remplacement

$n$	$k, j$	Ne rien faire		Maintenance		Remplacement	
		$\kappa = 1.5$	$\kappa = 0.01$	$\kappa = 1.5$	$\kappa = 0.01$	$\kappa = 1.5$	$\kappa = 0.01$
1	1,1	[0, 1.5)	[0, 1.5)	[1.5, 7.9)	[1.5, 7.3)	[7.9, 20]	[7.3, 20]
2	1,1	[0, 1.5)	[0, 1.5)	[1.5, 7.7)	[1.5, 7.3)	[7.7, 20]	[7.3, 20]
	2,1	[0, 1.5) [4.7, 5.9)	[0, 1.5)	[1.5, 4.7)	[1.5, 7.3)	[5.9, 20]	[7.3, 20]
	2,2	[0, 2.3)	[0, 1.5)	[2.3, 7.3)	[1.5, 7.3)	[7.3, 20]	[7.3, 20]

L'un des premiers résultats est : *les améliorations technologiques mineures  $\kappa = 0.01$  n'améliorent pas les performances de la politique de maintenance classique (sans considération de l'évolution technologique)*. La politique optimale préconise toujours le maintien ou le renouvellement par la technologie au prix le plus bas.

Par contre, l'impact des nouvelles technologies est plus important lorsque  $\kappa$  est plus grand. Les conclusions sont :

- On autorise une plage plus grande de dégradation pour la conservation du système actuel au détriment de l'investissement, surtout dans les premiers temps. Ceci est équivalent à une option d'attente pour pouvoir éventuellement bénéficier dans les périodes suivantes de meilleures technologies. Ainsi, par exemple, à la période de décision  $n = 1$ , le seuil de remplacement est 7.9 pour  $\kappa = 1.5$  au lieu de 7.3 pour  $\kappa = 0.01$ . On utilise l'option de maintenance pour repousser la décision d'investissement. Inversement, à la période de décision  $n = 2$  et pour  $k = 2$ , le seuil de remplacement est 5.9 au lieu de 7.3. En cas d'obsolescence avérée (présence d'une nouvelle technologie plus performante), on anticipera l'investissement.
- On retrouve ici aussi la perte de la monotonie de la politique.

### 5.4.3 Influence de l'horizon d'étude sur le choix de la technologie optimale

Nous avons modélisé l'évolution technologique en fonction de deux caractéristiques : le prix d'achat et les performances de dégradation. Il est ainsi clair que la décision d'investissement et du choix de la technologie associé sont motivés par le ratio coût d'investissement sur gains espérés dans l'avenir. Pour être rentable, il faut donc se garantir d'un certain horizon d'exploitation. Dans ce paragraphe, nous allons examiner l'influence de la longueur de l'horizon d'étude  $N$  sur la politique d'investissement.

Pour cela, on reprend les exemples numériques conduits avec les données fournies dans le Tableau 5.1,  $u = 1.01$ ,  $\kappa = 0.4$  et on fait varier l'horizon de temps  $N = 5, 10, 40$ . Les résultats sont donnés dans le Tableau 5.8.

L'analyse de ces résultats renforce l'idée intuitive de la sensibilité de la politique optimale en fonction de  $N$  : *l'augmentation de  $N$  renforce la tendance à remplacer par la dernière technologie*. On garantit ainsi la rentabilité économique de l'investissement sur le long terme.

Par ailleurs, pour les valeurs  $u, \kappa$  donnés, on peut voir qu'il existe  $H^*$  qui est le



TABLE 5.8 – Impact de  $N$  sur le choix de technologie à investir

$k, j$	$N = 5$	$N = 10$	$N = 40$
2, 1	$h^* = k \quad n = 2$ $h^* = j \quad \forall n \in [3, 5]$	$h^* = k \quad \forall n \in [2, 7]$ $h^* = j \quad \forall n \in [8, 10]$	$h^* = k \quad \forall n \in [2, 38]$ $h^* = j \quad \forall n \in [39, 40]$
3, 1	$h^* = j \quad \forall n \in [3, 5]$	$h^* = k \quad \forall n \in [3, 6]$ $h^* = 2 \quad n = 7$ $h^* = j \quad \forall n \in [8, 10]$	$h^* = k \quad \forall n \in [3, 37]$ $h^* = 2 \quad n = 38$ $h^* = j \quad \forall n \in [39, 40]$
3, 2	$h^* = j \quad \forall n \in [3, 5]$	$h^* = k \quad \forall n \in [3, 6]$ $h^* = j \quad \forall n \in [7, 10]$	$h^* = k \quad \forall n \in [3, 37]$ $h^* = j \quad \forall n \in [38, 40]$
4, 1	$h^* = j \quad \forall n \in [4, 5]$	$h^* = k \quad n = 4$ $h^* = 3 \quad \forall n \in [5, 6]$ $h^* = 2 \quad n = 7$ $h^* = j \quad \forall n \in [8, 10]$	$h^* = k \quad \forall n \in [4, 36]$ $h^* = 3 \quad n = 37$ $h^* = 2 \quad n = 38$ $h^* = j \quad \forall n \in [39, 40]$
4, 2	$h^* = j \quad \forall n \in [4, 5]$	$h^* = k \quad n = 4$ $h^* = 3 \quad \forall n \in [5, 6]$ $h^* = j \quad \forall n \in [7, 10]$	$h^* = k \quad \forall n \in [4, 36]$ $h^* = 3 \quad n = 37$ $h^* = j \quad \forall n \in [38, 40]$
4, 3	$h^* = j \quad \forall n \in [4, 5]$	$h^* = k \quad n = 4$ $h^* = j \quad \forall n \in [5, 10]$	$h^* = k \quad \forall n \in [4, 36]$ $h^* = j \quad \forall n \in [37, 40]$

nombre minimal de périodes à prendre en compte pour garantir la rentabilité d'un investissement dans un niveau technologique supérieur. Dans ces exemples numériques, ce choix est limité à l'investissement dans la dernière génération disponible.

En supposant que le prix d'achat de nouvelle machine ne dépende que sa génération technologique (aucune décote sur le système au cours du temps -  $\nu = 1$ ), les valeurs de  $H^*$  sont donnés dans le Tableau 5.9. L'investissement dans la dernière technologie disponible sera optimale si et seulement si on le considère dans un horizon ayant le nombre de la période de décision supérieure à une valeur de  $H^*$ .

TABLE 5.9 – Horizon d'étude  $H^*$  assurant l'optimalité d'investissement dans la dernière technologie

Dernière technologie $k$	Horizon d'étude $H^*$
2	3
3	4
4	6
5	12

## 5.5 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons modélisé un problème de maintenance pour des systèmes soumis à évolution technologique. Nous avons choisi d'étudier le comportement de politiques optimales lorsque cette évolution se traduit séquentiellement sur le ratio prix d'achat et amélioration technique entre différentes générations technologiques. Ce modèle permet ainsi de considérer dans un même temps la problématique de l'investissement et de la maintenance d'un système soumis à

dégradation continue. D'un côté, il rejoint les préoccupations opérationnelles de maintenance qui reposent sur des indicateurs de performance technique ou fonctionnelle des systèmes. D'un autre côté, ce modèle permet au décideur de prendre en compte les informations sur les évolutions futures pour optimiser la planification et les choix d'investissement et aussi de lui offrir une flexibilité dans la décision par le biais de maintenances pour renforcer l'optimalité de sa décision.

Nous avons considéré un grand nombre d'hypothèses et de paramètres dans notre modèle pour contourner la complexité de l'environnement de décision. Nous avons supposé que l'évolution technologique est stochastique et l'impact d'une nouvelle technologie peut être représenté non seulement d'un point de vue économique mais aussi sur la performance de dégradation du système. Ce grand nombre de paramètres est également lié à notre choix d'intégrer une stratégie de maintenance avancée (combinaison entre la réparation conditionnelle et la politique de remplacement) pour assurer une optimalité " locale ", c'est-à-dire, indépendante de l'opportunité du changement technologique dans le contexte de décision.

Par le biais d'expérimentations numériques, nous avons mis en évidence les diverses influences des paramètres sur la décision de choisir la nouvelle génération ainsi que sur la politique de maintenance/remplacement basée sur l'état de dégradation du système. En outre, nous avons identifié une valeur de  $H^*$  garantissant l'optimalité d'une décision d'investissement sur un horizon d'étude.

Il est clair que les résultats présentés dans le cadre de ce chapitre sont fortement liés à nos choix de modélisation qui peuvent, pour certains points, paraître très restrictifs. De notre point de vue, une extension envisageable de ce travail serait de renforcer l'incertitude au niveau de la caractérisation des différentes générations technologiques. On pourrait ainsi construire des modèles plus réalistes de prix d'achat et d'améliorations technologiques évoluant entre forte ou faible croissance. Par ailleurs, alors que l'incertitude disparaît complètement sur le prix d'achat dès la mise sur le marché du nouveau produit, ses caractéristiques de dégradation restent très difficiles à évaluer. Il pourrait ainsi être intéressant d'améliorer séquentiellement le processus de construction de croyances associées.

Par ailleurs, et c'est ce que nous allons présenter dans le chapitre suivant, une orientation d'extension de ce travail peut être d'intégrer des contraintes de disponibilité de pièces de rechange et de gestion des stocks associés. En effet, nous avons considéré jusqu'à maintenant la caractérisation de l'obsolescence qu'au travers de la performance économique du système à maintenir. L'évolution technologique peut clairement impacter la décision d'investissement lorsque le marché ne propose plus de pièces de rechange adéquates.

Les résultats de ce chapitre ont été partiellement publiés dans [\[NCY10a\]](#)

## Impact du niveau de stock des pièces de rechange sur la politique optimale de maintenance/investissement

### 6.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, Chapitre 5, on a examiné la relation entre politique de maintenance, vétusté de l'appareil de production et stratégie d'investissement dans la nouvelle technologie. Leur rapprochement est naturellement motivé dans un contexte industriel bien qu'il soit complexe car intégrant des objectifs d'ordre opérationnel tel que le maintien du système actuel et d'ordre stratégique économique tel que la rentabilité à long terme. Par ailleurs, cette relation se doit d'être expliquée en intégrant des processus connexes tels que la gestion des pièces de rechange.

Dans la bibliographie, la plupart des articles considérant la relation étroite entre la maintenance et le problème du stock repose sur l'hypothèse que la même technologie sera utilisée tout au long de l'horizon de planification [CAK01, Chi09, DSDHH06, KAO96, SH00, SC04, Vau05]. Ils ne permettent pas de prendre en compte l'apparition de nouvelles technologies avec l'amélioration des performances. Cette information est très importante pour les gestionnaires qui doivent compromettre les avantages d'optimiser les performances courantes des équipements actuels à moindre coût et l'accroissement des revenus potentiels futurs liés à un investissement dans une nouvelle technologie. Par contre, il est certain qu'une évolution technologique ne garantisse pas automatiquement la compatibilité des pièces de rechange, ce constat pouvant ainsi jouer un rôle influant sur la prise de décision.

D'autre part, quelques articles qui considèrent l'évolution technologique dans le problème de stock des pièces de rechange sont basés sur l'introduction d'une perte économique, appelée coût d'obsolescence quand une nouvelle technologie apparaît [KSY96, CO96]. Ils négligent par contre la relation effective entre stock de pièces de rechange et stratégie de maintenance en considérant un taux de demande

constant jusqu'au moment de l'obsolescence.

Enfin, les articles [CL09a, CL09b] utilisent la simulation de Monte Carlo et les réseaux Petri pour optimiser la politique de maintenance/ remplacement sous le changement technologique en prenant en compte la disponibilité et l'obsolescence des stocks de pièces de rechange. Cependant ils reposent sur l'hypothèse de connaissance des performances de la nouvelle technologie en la supposant d'ores-et-déjà disponible sur le marché.

Ces constats nous motivent à développer un modèle approprié pour répondre aux exigences des gestionnaires : l'optimisation des coûts de maintenance avec prise en compte de l'information sur le développement technologique et des niveaux du stock des pièces de rechange.

Plus précisément, ce chapitre vise à étudier l'impact des stocks de pièces de rechange sur les décisions de maintenance et de remplacement en considérant un environnement dynamique du marché par le biais de l'évolution technologique. Pour cela, nous proposons d'étendre le modèle développé dans le chapitre 5 en prenant en compte le niveau de stock comme une variable d'état du système. La réparation totale ou partielle du système consomme des pièces de rechange qui se doivent être présentes en stock. De nouvelles générations du système peuvent apparaître sur le marché. Ces évolutions technologiques entraînent également l'obsolescence des pièces de rechange actuellement disponibles. A chaque instant, il est alors nécessaire de définir la meilleure action à réaliser parmi un ensemble d'actions possibles en fonction de l'environnement actuel et de l'horizon de temps à venir.

Dans la section suivante 6.2, nous présenterons la formulation mathématique du modèle et les hypothèses associées. La section 6.3 vise à discuter les hypothèses des paramètres d'entrée. Ensuite, dans la section 6.4, un ensemble d'expérimentations numériques sera conduit afin de dégager quelques analyses sur le problème d'optimisation. Ces analyses seront liées à l'identification de propriétés structurelles des solutions optimales, propriétés que nous pouvons associer à des " bonnes pratiques " dans un contexte opérationnel. Enfin, une conclusion est présentée dans la section 6.5.

## 6.2 Formulation du modèle avec stock de pièces de rechange

### 6.2.1 Positionnement du problème

On considère un système réparable accompagné d'un lot de  $n_p$  pièces de rechange, pièces non disponibles individuellement sur le marché. Cette hypothèse est commune dans un contexte d'évolution technologique rapide pour lequel la conservation et la mise à disposition de pièces de rechange originales et compatibles restent difficiles et fortement onéreuses. Ce phénomène est largement amplifié pour des systèmes conçus pour réaliser de longues missions. Sous cette hypothèse, la gestion de réapprovisionnement des stocks n'est pas à considérer. Notre travail se concentre à étudier l'impact du niveau de stock des pièces de rechange pour la po-

litique de maintenance et d'investissement soumis à évolution technologique.

Nous rappelons ici les autres hypothèses décrites dans le chapitre 5 :

- Le système fonctionne continuellement, son état évoluant de l'état neuf  $X = 0$  jusqu'à un état défaillant, noté  $m$ .
- Les inspections sont effectuées par intervalle de longueur  $\tau$ , définissant les instants de décision.
- On considère une séquence technologique pour laquelle une seule nouvelle technologie peut apparaître dans un intervalle de décision avec la probabilité croissante en fonction du temps.
- La différence entre générations technologiques est modélisée par un facteur d'amélioration sur les taux de dégradation et un coût d'acquisition croissant par génération.

Par ailleurs, dans ce chapitre, l'évolution technologique est encore présentée par un facteur d'amélioration sur le profit cumulé dans une période de décision.

Soit  $(x, k, j, s)$  l'état du système à l'époque de décision  $n$  avec  $s$  pièces de rechange disponibles pour la maintenance du système dégradé au niveau  $x$ . La génération technologique du système actuel est  $j$  tandis que la dernière technologie disponible sur le marché est  $k$ . A chaque instant de décision, l'ensemble des actions possibles est :

1. Ne rien faire ( $DN$ ) : Le système continue de se détériorer jusqu'à la date de décision suivante et génère, pendant cette période, un profit  $G_j(x)$ . Le niveau de stock des pièces de rechange n'est pas modifié, de sorte que le coût de stockage est  $s \cdot c_s$  où  $c_s$  est le coût de stockage par unité de pièce de rechange dans une période.
2. La maintenance imparfaite ( $IM$ ) rétablit le système à un niveau de dégradation donné, avec une efficacité  $d$ ;  $\theta$  pièces de rechange sont utilisées pour remplacer les unités dégradées avec un coût de maintenance imparfaite  $c_1$ .
3. La maintenance parfaite ( $PM$ ) rétablit complètement le système et le profit estimé dans la période de décision suivant est  $G_j(0)$ . Cette action requiert  $\eta(x)$  pièces de rechange. Simultanément, on considère un coût de maintenance parfaite  $c_2$ . Notons qu'on peut réaliser les actions de maintenance si, et seulement si, il existe un nombre suffisant de pièces de rechange en stock.
4. Investissement ( $I$ ) de remplacement du système par une autre technologie  $h$  disponible sur le marché ( $j \leq h \leq k$ ). Lot de  $n_p$  pièces de rechange est fourni avec le nouveau système. On suppose que les pièces de rechange ne sont compatibles qu'avec la même génération technologique. Le coût d'un tel remplacement est donné par la différence entre le prix d'achat du nouveau système et la valeur résiduelle du système actuel. Notons que le prix d'achat d'une nouvelle technologie peut être estimé comme le taux de dégradation.

### 6.2.2 Formulation du critère de décision

De manière analogue au chapitre 5, nous définissons le problème de maintenance sous la forme d'un programme dynamique stochastique. Le critère d'optimisation est la maximisation du profit sur un horizon de temps fini  $N$ .

On définit  $V_n(x, k, j, s)$  la valeur actualisée maximale à partir de l'époque de décision  $n$ , jusqu'à la dernière époque.

$$V_n(x, k, j, s) = \max \left\{ \begin{array}{l} DN_n(x, k, j, s), IM_n(x, k, j, s)1_{\{s > \theta\}} \\ PM_n(x, k, j, s)1_{\{s > \eta(x)\}}, R_n^h(x, k, j, s) \end{array} \right\} \quad (6.1)$$

où  $DN_n, IM_n, PM_n, R_n$  sont respectivement les valeurs actualisées des décisions respectives en fonction de l'état du système à la date  $n$ . L'expression de ces valeurs est la suivante :

$$DN_n(.) = G_j(x) - sc_s + \lambda \sum_{\forall k'} \sum_{\forall x'} p_{n+1}^{k'} p_j(x'|x) V_{n+1}(x', k', j, s) \quad (6.2)$$

$$IM_n(.) = -c_1 + DN_n(\max(0, x - d), k, j, s - \theta) \quad (6.3)$$

$$PM_n(.) = -c_2 + DN_n(0, k, j, s - \eta(x)) \quad (6.4)$$

$$R_n^h(.) = -c_{n,h} + b_{n,j,k}(x) + DN_n(0, k, j, s + n_p)1_{\{h=j\}} + DN_n(0, k, h, n_p)1_{\{h \neq j\}} \quad (6.5)$$

avec  $\lambda$  le facteur d'actualisation,  $\lambda \in [0, 1]$ ,  $k' \in k, k + 1$  la dernière technologie disponible et  $h$  la technologie choisie lors d'un investissement,  $j \leq h \leq k$ .

Nous proposons de résoudre ce problème non stationnaire sur l'horizon fini via la procédure classique de l'Algorithme Backward dont nous détaillons le principe général en Annexe 1 de la partie VI.

## 6.3 Discussion des paramètres d'entrée

Le modèle ci-dessus (6.1) est proposé pour un modèle général de dégradation du système, sans hypothèse particulière sur  $x$ . Nous proposons dans ce chapitre de nous intéresser à un système formé de composants en parallèle, la notion d'état sera alors directement ramenée au nombre de composants. Notons que ce modèle reste vrai dans le cadre de la dégradation continue mais il est alors nécessaire d'explicitier la relation entre état et pièces de rechange.

### 6.3.1 Modélisation du système

On considère un système formé de 5 composants identiques et indépendants en redondance de type  $K$  sur  $N_c$  (Au moins  $K$  composants doivent fonctionner sur les  $N_c$  formant le système). On considère ici  $K = 2$  et on note  $N_c$  le nombre de composants du système.

On suppose que les durées de vie  $T_j$  des composants de la technologie  $j$  sont des variables aléatoires distribuées suivant une loi exponentielle de paramètre  $\alpha_j$  (on néglige ici les effets de vieillissement des composants). La perte d'un composant entraîne la réduction de l'état du système d'une unité et la défaillance du système est observée lors de la perte d'au moins 4 composants. On définit alors l'état du système  $x$  par le nombre de composants défaillants. Une maintenance imparfaite correspond au remplacement d'un **unique composant** et entraîne ainsi une restauration partielle du niveau de dégradation précédent. Lors d'une maintenance parfaite, on remplace tous les composants défaillants, pour rétablir le système dans

son état initial.

La probabilité de transition d'état de dégradation du système est directement donnée par la loi binomiale de paramètres  $(N_c, \exp(-\alpha_j \tau))$  :

$$p_j(x'|x) = C_{x'-x}^{N_c-x} [1 - \exp(-\alpha_j \tau)]^{x'-x} [\exp(-\alpha_j \tau)]^{N_c-x'} \quad (6.6)$$

avec

- $x$  le nombre de composants défaillants de la technologie  $j$  ;
- $x' \in \{x, x+1, \dots, N_c\}$  le nombre de composants en panne à la prochaine inspection ;
- $C_{x'-x}^{N_c-x}$  est la combinaison de  $(x'-x)$  composants parmi  $(N_c-x)$  composants.

Comme la durée de vie des composants est exponentielle, leur fonction de survie ne dépend pas du temps d'usage. Ainsi, on dérive facile la fonction de survie du système à l'état  $x$  sur l'intervalle de longueur  $t$ ,  $\forall t > 0$ , par :

$$\psi(x, t) = \sum_{z=K}^{N_c-x} C_K^{N_c-x} [\exp(-\alpha_j t)]^z [1 - \exp(-\alpha_j t)]^{N_c-x-z} \quad (6.7)$$

$\forall x \in \{0, 1, 2, \dots, N_c - K\}$

De-là, la durée de vie résiduelle moyenne du système,  $MRL(x)$ , est donnée par :

$$MRL(x) = \int_0^\infty \psi(x, t) dt \quad (6.8)$$

### 6.3.2 Modélisation de l'évolution technologique

L'évolution technologique vise à améliorer les caractéristiques moyennes de performance du système au travers de ses performances de dégradation du profit remporté dans une période de décision. On supposera ici que l'évolution technologique d'un système se traduit uniquement sur les performances de ses composants.

L'amélioration du taux de défaillant est caractérisée par une fonction décroissante à travers les générations technologiques :

$$\alpha_j = a \cdot b^{-(j-1)} \quad (6.9)$$

où  $a, b$  sont des constantes positives données.

Le profit cumulé dans une période est donné par la fonction suivante décroissante sur les états de dégradation et croissante en fonction des générations technologiques :

$$G_j(x) = (g_0 - a_1 \exp(x)) (a_2 - \exp[r_1(1-j)]) \quad (6.10)$$

avec  $a_1, a_2, g_0, r_1$  des constantes positives.

On conserve la modélisation de l'évolution du prix d'acquisition donnée dans le chapitre précédent par l'équation (5.11) :

$$c_{n,h} = c_{1,1} \nu^{n-1} u^{h-1} \quad (6.11)$$



On modélise la valeur résiduelle comme une fonction du prix d'achat de cette technologie à l'époque de décision courante, de la vie résiduelle moyenne ( $MRL(x)$ ) et de la différence entre les générations technologiques.

$$b_{n,j,k}(x) = h_2 \cdot h_r^{k-j} c_{n,j} \frac{MRL(x)}{MRL(0)} \quad (6.12)$$

avec  $h_2, h_r$  des constantes positives.

## 6.4 Analyse des expériences numériques

L'objectif de cette section est de mettre en évidence des propriétés de la politique optimale. Pour se faire, nous proposons d'analyser un exemple numérique avec les données récapitulées dans le Tableau 6.1. Notons que même si nous ne pouvons définir des conclusions générales, nous avons conduit un ensemble d'expérimentations numériques pour lesquelles nous avons obtenu des résultats similaires.

TABLE 6.1 – Paramètres d'entrée pour le problème avec pièces de rechange

Probabilité d'apparition	$\delta$	$\varepsilon$	$c_s$		
coût de stockage	0.99	0.999	1		
Profit & Facteur	$g_0$	$r_1$	$a_1$	$a_2$	$\lambda$
d'actualisation	415	0.05	15	1.5	0.9
Maintenance &	$c_1$	$c_2$	$a$	$b$	
taux défaillant	81	120	2	0.9	
Valeur résiduelle	$h_2$	$h_r$	$c_{1,1}$	$\nu$	$u$
Prix d'achat	0.7	0.8	750	0.998	1.2

### 6.4.1 Propriétés générales de la politique optimale

On veut chercher ici à illustrer les performances du modèle et principalement l'impact de la prise en compte du niveau de stock de pièces de rechange sur les décisions de maintenance et de remplacement. À cet effet, nous allons restreindre le problème en limitant le nombre possible de générations technologiques à 5 nouvelles technologies. Nous supposons également la capacité du stock des pièces de rechange est limitée à 20 unités. Le lot de pièces de rechange accompagnée avec le nouveau système comprend 15 unités. Ces choix ont été réalisés afin d'éviter une explosion combinatoire des scénarios rendant difficile la résolution numérique du problème mais sont suffisamment larges pour ne pas contraindre le problème à des politiques triviales.

Nous proposons en premier lieu de discuter de la politique sans prendre en compte l'évolution technologique,  $k = j = 1$ , un remplacement sera donc à l'identique avec le stock de pièces de rechange associé. La politique optimale à un instant  $n$  est illustrée dans la Figure 6.1. À chaque état de dégradation  $x$  (axe horizontal) et pour un niveau donné de stock  $s$  (axe vertical) correspond une seule action. Les actions ne rien faire, maintenance imparfaite, maintenance parfaite et investissement



sont respectivement représentées en jaune, bleu clair, bleu foncé et en rouge. La politique optimale cherche à maintenir à moindre coût en fonction de la disponibilité des pièces de rechange pour attendre l'apparition éventuelle d'une nouvelle technologie.

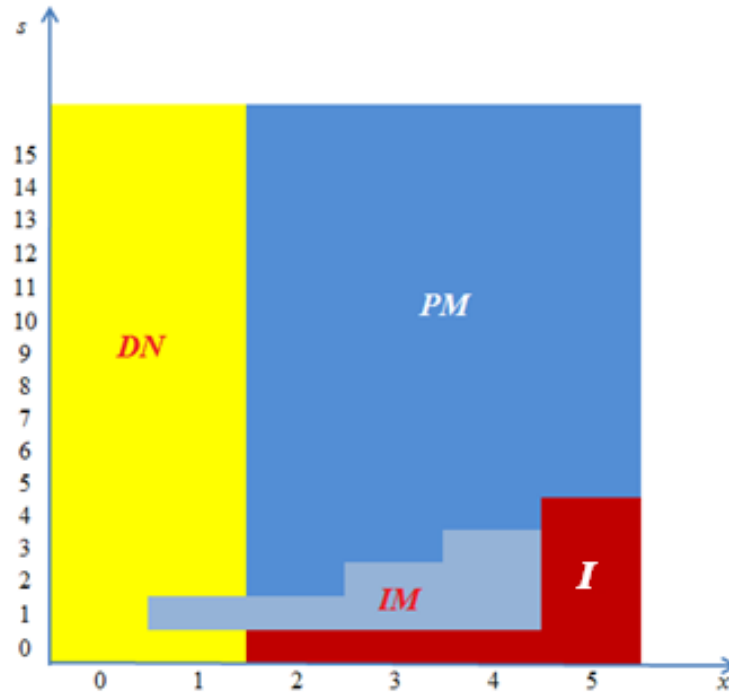
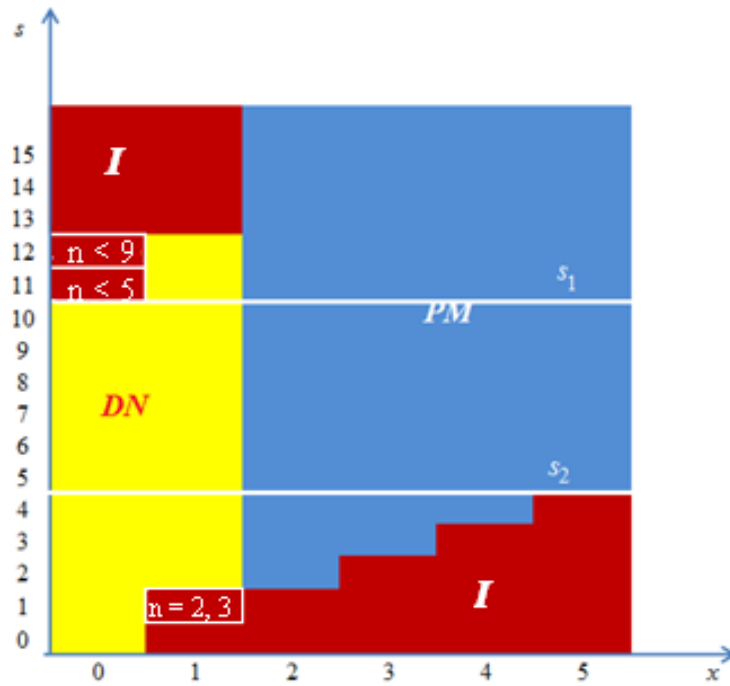


FIGURE 6.1 – Politique optimale dans le cas non-obsolescence ( $k = j = 1$ )

On trouve que, dans ce cas, le remplacement n'est pratiqué que pour remettre le stock à son niveau d'origine. Il n'est réalisé qu'à un niveau de stock relativement bas ( $s < 5$ ). Lorsque le stock n'est pas vide, on profite des pièces de rechange pour maintenance, et, si possible, pour rétablir le système dans son meilleur état (on aura alors les mêmes performances qu'un remplacement à moindre coût). Par exemple, avec  $(k, j) = (1, 1)$  au niveau de stock  $s = 0$  lorsque nous ne pouvons pas effectuer de maintenance, la politique optimale prescrit le remplacement pour les états de dégradation  $x \geq 2$ .

La Figure 6.2 illustre la politique de maintenance dans le cas d'obsolescence (l'apparition d'une nouvelle technologie, avec  $k = 2, j = 1$ ). La tendance est alors d'investir rapidement dans la dernière technologie disponible, permettant ainsi d'anticiper le remplacement par rapport au cas de non-obsolescence. Cependant, dans le cas où l'amélioration technologique n'est pas importante, on profitera du système actuel et de ses pièces de rechange pour garantir le profit.

La règle, Figure 6.2, prescrit de ne pas investir dans la nouvelle technologie si le niveau de stock appartient au segment  $[s_1, s_2]$ . En effet, lorsque le niveau du stock est inférieur au seuil minimal  $s_1$ , le nombre des pièces de rechange ne suffit pas pour assurer l'action de maintenance, l'investissement dans un nouveau système et dans la garantie de pièces de rechange devient nécessaire. Par ailleurs, la garantie d'un niveau élevé de stock n'est pas nécessaire. En effet, avec  $s > 12$ , les pièces de

FIGURE 6.2 – Politique optimale dans le cas d'obsolescence ( $k = 2, j = 1$ )

rechange sont utilisées pour réaliser la maintenance parfaite lors que l'état de dégradation est supérieur à 1 ( $x > 1$ ). À l'époque suivante, si  $x = 0$  ou 1, il est optimal de vendre le système pour obtenir les valeurs résiduelles maximales et d'investir dans les nouvelles technologies ; sinon, on maintient parfaitement en fonction du niveau de stock.

Dans le cas où l'amélioration technologique est importante  $(k, j) = (3, 1)$ , Figure 6.3, il est clair qu'on cherchera à bénéficier du meilleur coût de revente, coût assuré par un système en bon état, pour investir au plus tôt. Ainsi, on cherchera à maintenir le système si le niveau de stock le permet puis on investit dans la dernière technologie.

#### 6.4.2 Impact de la vitesse de l'évolution technologique sur la politique optimale

Dans cette section, nous considérons les évolutions technologiques rapides et leurs effets sur la politique optimale de maintenance / investissement de remplacement. Notons que cette vitesse est représentée par la probabilité d'apparition de nouvelle technologie à travers les époques de décision. Nous effectuons les exemples numériques dans le cas  $(k, j) = (3, 1)$  et la valeur de  $\delta$  est respectivement 0.99, 0.8 et 0.6. Le résultat est présenté dans la Figure 6.4.

La Figure 6.4 nous montre que lorsque l'évolution technologique est plus rapide (le facteur  $\delta$  est plus petit), les options *ne rien faire*, *DN*, ou *maintenir*, *IM* ou *PM*, ont une plus grande valeur. On a aussi tendance à retarder l'investissement dans un nouveau système identique pour attendre l'apparition de meilleures technologies. Considérons, par exemple, le cas  $\delta = 0.99$ . Nous remplaçons immédiatement le système pour des niveaux de stock très bas  $s \leq 2$  tandis que l'option *ne rien faire*

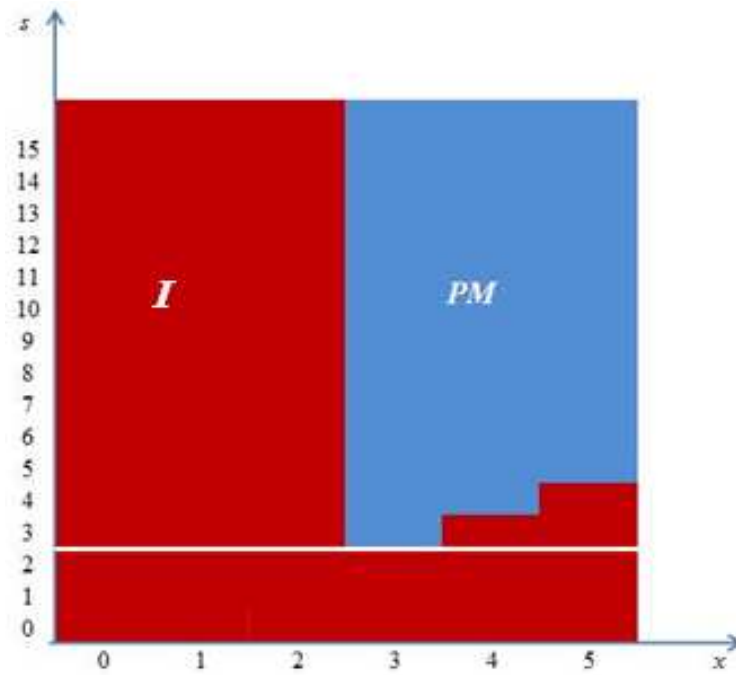
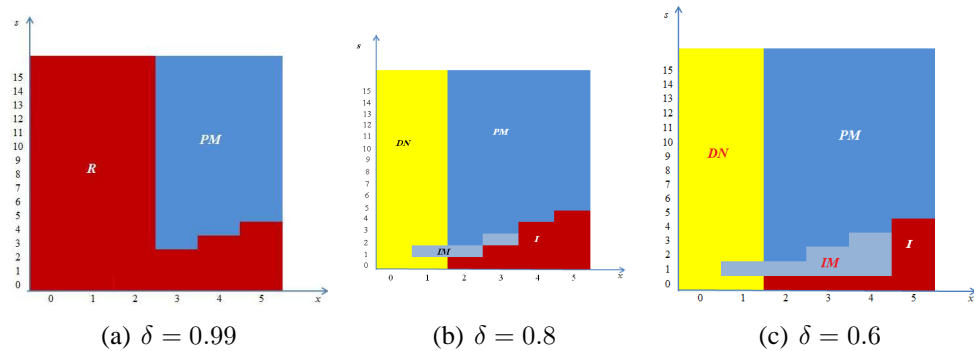
FIGURE 6.3 – Politique optimale dans le cas d'obsolescence ( $k = 3, j = 1$ )

FIGURE 6.4 – Impact de la vitesse d'évolution technologique sur la politique optimale

et les options de maintenance démontrent leur domination lorsque  $\delta = 0.6, 0.8$ .

## 6.5 Conclusions

Dans ce chapitre qui a fait l'objet des publications [NCY10b, NCY12d], nous avons cherché à rapprocher, sur la base de la problématique industrielle d'optimisation de la maintenance, des préoccupations partagées tels que l'investissement dans la nouvelle technologie et le soutien logistique des ressources matérielles.

Le modèle proposé permet de définir une action de maintenance ou d'investissement en fonction de la disponibilité de pièces de rechange dans un contexte dynamique décrit par une évolution technologique incertaine. Nous avons déduit, sans pouvoir les démontrer, des propriétés de structures des politiques proposées. Bien que la majorité des préconisations rejoigne les idées intuitives de décision,

certaines des règles fournies ne sont pas triviales.

Dans le cas non-obsolence, le remplacement n'est effectué que pour des niveaux bas du stock des pièces de rechange tandis que pour des niveaux élevés, les options de maintenance démontrent leur domination. Dans le cas d'obsolence, l'option d'investissement dans la nouvelle technologie est motivée, mais le compromis entre les avantages de l'utilisation des pièces de rechange dans le stock et les revenus de l'investissement dans la nouvelle technologie est plus discuté. Par conséquent, il existe un intervalle du niveau de stock dans laquelle l'option d'investissement ne peut pas être choisie. De plus, dans le cas d'un changement technologique rapide, la valeur de l'option ne rien faire et des options de réparation est renforcée car ces options permettent d'attendre l'apparition des meilleures technologies dans l'avenir.

Avant de donner quelques perspectives à notre travail, nous tenons à rappeler que nos analyses n'ont pu, malgré nos tentatives, être formellement démontrées. Les limites de certaines hypothèses de notre modèle, notamment sur les aspects déterministes des données d'entrée, peuvent déterminer des axes d'amélioration de nos travaux. Par ailleurs, il pourrait être intéressant de considérer le niveau de réparation comme une variable de décision du problème. Une autre voix d'intérêt serait de définir comme variable de décision la taille du contingent des pièces de rechange lors d'un investissement sur la base de croyances sur le niveau de performance attendu du nouveau système.

Dans la partie suivante (Chapitre 7 et 8), nous considérons une seule nouvelle technologie afin de mieux concentrer notre analyse vis-à-vis de l'incertitude des paramètres d'évolution technologique, i.e. performance du système et prix d'achat. Par ailleurs, comme nous l'avons déjà cité, cette hypothèse rejoint la préoccupation de l'investissement lorsque la fréquence d'évolution technologique reste faible.



## **Saut technologique**



# Impact de l'option de maintenance sur l'investissement sous l'incertitude du marché

## 7.1 Introduction

L'étude des deux chapitres précédents est centrée sur l'analyse de politiques optimales de systèmes pour lesquels l'évolution technologique est supposée continue. Dans ce cadre, nous avons proposé une construction de la séquence technologique en 3 points : une probabilité non stationnaire d'apparition de la génération suivante, une construction empirique et déterministe des caractéristiques des nouvelles générations. Les conclusions que nous avons dégagées n'ont pas pu être généralisées. Par ailleurs, ces hypothèses n'ont pas permis de bien mettre en évidence les effets de l'incertitude du marché sur les décisions. Nous proposons de centrer ce chapitre sur cet aspect. Pour se faire, nous proposons de développer le modèle sur deux axes.

Le premier axe consiste à ne plus considérer une séquence technologique mais le cas où le temps du changement technologique est plus long par rapport à la durée de vie des actifs. L'analyse pourra ainsi mettre en évidence l'impact d'un unique saut technologique à l'instar des effets cumulés dans le temps des différentes générations.

La deuxième axe concerne l'incertitude du marché et sa flexibilité. Nous proposons de revenir sur la construction des caractéristiques technologiques d'une part en renforçant les incertitudes sur le prix d'acquisition de la nouvelle technologie et, d'autre part, en proposant une modélisation plus globale des incertitudes du profit réalisé dans chacune des périodes de temps. Pour cela, nous proposons d'étudier le profit généré dans une période de décision sans chercher à expliciter le processus de dégradation.

Par ailleurs, comme nous avons pu le souligner dans les chapitres précédents,

la longueur de l'horizon du temps a un effet important sur la décision optimale. Nous allons déterminer la longueur de l'horizon d'étude pour garantir la robustesse de la décision optimale. Dans la littérature, très peu d'articles considèrent l'horizon d'étude pour le projet de maintenance / remplacement sous le changement technologique. [HN94] a proposé une méthode afin d'identifier l'horizon d'étude pour le problème de remplacement des équipements avec l'hypothèse d'une seule nouvelle technologie. [Nai95, Nai97] ont présenté le problème en considérant une séquence de nouvelle technologie. Cependant, cette approche ne peut pas être utilisée pour les modèles qui tiennent en compte d'une évolution stochastique du système. En effet, ils supposent que le revenu pendant une période de décision est déterministe.

Le chapitre est structuré comme suit. Dans la section 7.2, nous construirons le modèle général qui nous permet de considérer la politique de maintenance / remplacement pour lequel la décision de maintenance intègre la possibilité d'occurrence d'un saut technologique dans l'avenir. Nous avons décidé de présenter ce modèle en considérant les effets de dégradation et non directement par le biais du processus de profit. Ce choix positionne ainsi nos travaux dans la continuité des précédents et il est aussi motivé par son utilisation dans le chapitre suivant. Nous dériverons ensuite, Section 7.3, ce modèle lorsque la performance de l'actif est synthétisée dans le processus de profit cumulé. Cette nouvelle orientation du problème nous permettra, Section 7.4, d'analyser les propriétés structurelles de la politique optimale. Le problème stationnaire classique du projet de maintenance / investissement de remplacement sans considération du changement technologique sera présenté brièvement pour construire la base du problème de maintenance / investissement sous l'évolution technologique. La méthode pour l'identification de l'horizon d'étude est également développée dans cette section. L'efficacité de cette méthode et la performance du modèle de décision seront mises en évidence à travers des exemples numériques dans la section 7.5. Enfin, la conclusion est présentée dans la section 7.6.

## 7.2 Modèle général pour la prise en compte d'un saut technologique

### 7.2.1 Positionnement du problème

On considère un actif réparable qui fonctionne en continu à partir de l'état neuf,  $X = x_0$  (dans les chapitres précédents,  $x_0 = 0$ ), jusqu'à la défaillance,  $X = m$ . Les inspections périodiques sont effectuées à chaque l'intervalle  $\tau$  pour déterminer l'état de l'actif. L'intervalle d'inspection définit également une période de décision. Sous l'évolution technologique, la nouvelle génération du système peut apparaître sur le marché à l'instant  $n$  avec la probabilité conditionnelle non stationnaire au fil du temps,  $p_n$ . Au début de la période de décision, lorsque le saut technologique n'apparaît pas encore, on peut choisir une des options suivantes :

- Ne rien faire ( $DN$ ) : l'actif continue à se détériorer jusqu'à l'époque suivante et génère un profit  $G(x)$ . Notons que  $G(x)$  est le profit cumulé estimé dans une période de décision et ne dépend que de l'état de l'actif au début de cette période. En cas de défaillance, l'action  $DN$  est encore permise mais le profit généré dans cette période est supposé être négatif  $G(m) \leq 0$ .



- Maintenance ( $M$ ) restaure l'actif à un niveau de détérioration donnée,  $x_M > x_0$ . Le coût de maintenance est une fonction croissante de l'état de l'actif,  $c_M(x)$ .
- Investissement de remplacement ( $I$ ) par un nouvel actif. Le coût d'un tel remplacement est donné par la différence entre le prix d'achat de la nouvelle machine  $c_0$  et la valeur résiduelle  $b(x)$ . Après le remplacement, la nouvelle machine génère un bénéfice  $G(x_0)$ . Les temps des actions sont négligeables.

D'une manière générale, on suppose que les caractéristiques de la nouvelle technologie sont incertaines. On note  $p_{n+1, \theta_i}$  la probabilité que la nouvelle technologie ait la caractéristique  $\theta_i$  sachant qu'elle apparaîtra à la période de décision  $n + 1$ . Dans un premier temps, on considère que la caractéristique affectée par le changement technologique est uniquement le prix d'achat de la nouvelle technologie.

### 7.2.2 Formulation du critère de décision

On note :

- $V_n^N(x)$  la valeur actualisée maximale de l'époque de décision  $n$  jusqu'à la dernière époque  $N$ , sachant que la nouvelle technologie n'ait pas encore apparu à l'époque  $n$ .
- $\hat{V}(\theta_i, x)$  la valeur actualisée maximale après l'apparition de nouvelle technologie ayant le caractère  $\theta_i$  avec le prix d'achat  $c_1(\theta_i)$ .
- $\tilde{V}(x)$  la valeur actualisée maximale sur l'horizon infini lorsqu'on ne considère que la possibilité du saut technologique dans l'avenir.

Le problème d'optimisation est la maximisation du profit actualisé réalisé pour tout  $n$  sur un horizon fini de longueur  $N$  :

$$V_n^N(x) = \max \{ DN_n^N(x), M_n^N(x)1_{\{x < x_M\}}, I_n^N(x) \} \quad (7.1)$$

Avec

$$DN_n^N(x) = G(x) + e^{-r\tau} \left[ (1 - p_{n+1}) \sum_{\forall x'} P(x'|x) V_{n+1}^N(x') + p_{n+1} \sum_{\forall \theta_i} p_{n+1, \theta_i} \sum_{\forall x'} P(x'|x) \hat{V}(\theta_i, x') \right] \quad (7.2)$$

$$M_n^N(x) = -c_M(x) + DN_n^N(x_M) \quad (7.3)$$

$$I_n^N(x) = -c_0 + b_0(x) + DN_n^N(x_0) \quad (7.4)$$

où  $r$  est le taux d'actualisation par unité de temps donné et  $P(x' | x)$  est la probabilité que le système soit dans l'état  $x'$  sachant qu'il est évalué en  $x$  lors de la dernière inspection.

Par ailleurs, la valeur  $DN_n^N(x)$  à l'instant  $n$  pour un système à l'état  $x$ , équation (7.2), va être fonction du profit cumulé dans la période considérée de la valeur actualisée à l'époque  $n + 1$ . Cette valeur va dépendre, outre du niveau de dégradation, de la disponibilité ou non de la nouvelle technologie. Dans le cas de non disponibilité, on retombe sur l'expression  $V_{n+1}^N(x')$  et, dans le cas contraire, il est nécessaire d'évaluer la nouvelle valeur  $\hat{V}(\theta_i, x')$  qui va aussi être fonction du caractère  $\theta_i$ . Puisqu'une seule technologie peut apparaître et qu'elle est apparue, la valeur  $\hat{V}(\theta_i, x')$  est calculée par :

$$\hat{V}(\theta_i, x) = \max \left\{ \begin{array}{l} \widehat{DN}(\theta_i, x) = G(x) + e^{-r\tau} \sum_{x'} P(x'|x) \hat{V}(\theta_i, x') \\ \hat{M}(\theta_i, x) 1_{\{x \leq x_M\}} = -c_M(x) + \widehat{DN}(\theta_i, x_M) \\ \hat{I}(\theta_i, x) = \max\{\tilde{I}(x), -c_1(\theta_i) + b_0(x) + \tilde{V}^1(\theta_i)\} \end{array} \right\} \quad (7.5)$$

Notons ici que, contrairement à nos études précédentes, le coût d'acquisition de la technologie quelle qu'elle soit reste constant une fois mise sur le marché. Nous n'appliquons pas de décote au cours du temps. Ainsi, une fois connue le coût de la nouvelle technologie, la valeur de l'option d'investissement  $\hat{I}(\theta_i, x)$  sera donnée par la valeur maximale de l'option de renouvellement avec la même technologie  $\tilde{I}(x)$  ou celle d'investir dans la nouvelle technologie  $-c_1(\theta_i) + b_0(x) + \tilde{V}^1(\theta_i)$  où  $-c_1(\theta_i)$  est le prix d'achat de nouvelle technologie ayant la caractéristique  $\theta_i$ . La valeur  $\tilde{V}^1(\theta_i)$  représente la valeur maximale remportée par le nouvel actif ayant la caractéristique  $\theta_i$  après l'investissement dans la nouvelle technologie.

Par ailleurs, on suppose que la longueur de l'horizon de temps  $N$  représente l'intervalle dans lequel on suppose l'arrivée d'une nouvelle technologie. Au-delà, on considère que, si la technologie n'est pas apparue, elle n'apparaîtra jamais. Cette hypothèse permet d'évaluer la valeur finale de l'horizon  $V_N^N(x) = \tilde{V}(x)$  avec :

$$\tilde{V}(x) = \max \left\{ \begin{array}{l} \tilde{DN}(x) = G(x) + e^{-r\tau} \sum_{x'} P(x'|x) \tilde{V}(x') \\ \tilde{M}(x) = -c_M(x) + \tilde{DN}(x_M); \forall x > x_M \\ \tilde{I}(x) = -c_0 + b(x) + \tilde{DN}(x_0) \end{array} \right\} \quad (7.6)$$

Comme les fonctions de récompenses sont bornées et le facteur d'actualisation  $e^{-r\tau} = \lambda; \lambda \in [0, 1]$ , la valeur maximale sur l'horizon infini de  $\tilde{V}(g)$  et  $\hat{V}(\theta_i, x)$  se convergent :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \tilde{V}_n(x) \rightarrow \tilde{V}(x) \quad (7.7)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \hat{V}_n(\theta_i, x) \rightarrow \hat{V}(\theta_i, x) \quad (7.8)$$

$\tilde{V}(g)$  et  $\hat{V}(\theta_i, x)$  sont calculés par l'algorithme d'itération sur les valeurs, présenté dans Annexe 2 de la partie VI.

### 7.3 Application du modèle générale dans le cas particulier de l'incertitude du marché

L'objectif de cette section est d'intégrer dans le modèle (7.1) de l'incertitude au niveau du profit réalisé dans une période de décision. On rappelle que, jusqu'à présent, le profit cumulé sur une période était donné par une fonction déterministe de l'état de dégradation du système en début de période,  $G(x)$ . On suppose ici que la relation entre état de dégradation  $x$  et profit instantané  $g(x)$  n'est pas immédiate et que la seule information disponible à l'instant  $t$  est le profit instantané  $g_t$ . On suppose alors que le processus  $\{g_t, t > 0\}$  est un processus stochastique dont les incréments sont indépendants. Sous ces conditions, on a le profit moyen cumulé sur une période de temps  $G(g_n^0)$  sachant le profit instantané initial au début de la période  $n$ ,  $g_n^0$  qui s'écrit comme l'espérance conditionnelle suivante :

$$G(g_n^0) = E \left( \int_0^\tau g_u du \mid g_n^0 \right) \quad (7.9)$$

**Remarques :** L'avantage que nous voyons dans cette approche est la possibilité de considérer des lois plus générales pouvant prendre en compte des fluctuations non positives dans le profit, l'hypothèse du processus gamma entraîne un comportement monotone du processus. Par ailleurs, nous soulignons que cette hypothèse a pour objectif principal de simplifier l'écriture de la loi du processus du gain instantané et l'expression du gain cumulé moyen associé.

Enfin, dans ce chapitre, on considère l'incertitude du prix d'achat de nouvelle technologie. Autrement-dit,  $\theta_i$  caractérisé directement le prix d'achat de nouvelle technologie. Alors, on propose de noter  $c_1(\theta_i) = c_1$  et  $p_{n+1, c_1}$  la loi de probabilité de  $c_1$  pour la technologie apparue dans l'époque  $n + 1$ .

### 7.3.1 Modélisation du processus du profit

Le processus du profit généré par l'actif est défini par les performances techniques de l'actif et l'incertitude du marché. Pour le modéliser, on utilise le mouvement Brownien géométrique (GBM) avec une dérive  $\mu < 0$  (caractérisant la perte de productivité économique liée indirectement à la diminution de la performance technique de la machine à cause de la détérioration) et la volatilité par unité de temps  $\sigma$  (représentant la variabilité du marché). Le processus Brownien géométrique est un processus classique pour modéliser les processus de profit/coût, en particulier pour le problème de l'investissement dans la nouvelle technologie [MO95, Bet02, HK04].

On suppose que la performance technique est décroissante dans l'état de dégradation de la machine. Ainsi, en moyenne, le flux de profit diminue à partir de  $g_0^0$ , le profit instantané initial généré par une machine à l'état neuf jusqu'à 0. Si  $g_n^j$  est le profit instantané observé au début de la période de décision  $n$  par le système de technologie  $j$ , la valeur du profit instantané à la période suivante de longueur  $\tau$  peut s'écrire :

$$g_{n+1}^j = g_n^j \exp \left[ \left( \mu_j - \frac{\sigma^2}{2} \right) \tau + \sigma W_\tau \right] \quad (7.10)$$

où  $\mu_j$  et  $\sigma$  sont les paramètres du GBM et  $W_\tau \sim N(0, \tau)$ .

La valeur moyenne, equation (7.9), du profit cumulé actualisé sur la période de décision  $n$  est basée sur le taux de profit  $g_n^0$  au début de cette période peut s'écrire, d'après le corollaire 2 de la section 2.4.2 p.33 dans [Yor01] :

$$G(g) = E \left( \int_0^\tau g_u du \mid g_n^0 = g \right) = m_g g \quad (7.11)$$

$$\text{où } m_g = \frac{1}{\mu - r} (\exp[(\mu - r)\tau] - 1)$$

Pour calculer les probabilités de transition  $P(g'|g)$ , on propose de discrétiser le processus comme suit :  $g_n^0$  est la première valeur de  $N_g$  intervalles discrets de longueur  $l$  sur  $[g_{min}, g_{max}]$  avec  $g_{min} = 0$  et  $g_{max} = g_0^0$ . C'est-à-dire, si l'état du taux de profit au début de courante période de décision appartient à l'intervalle  $([0, l[, \dots, [(N_g - 1)l, g_0^0], [g_0^0, \infty[$ , on obtient une approximation par  $g_n^0 \in \Psi : \{0, \dots, (N_g - 1)l, g_0^0\}$ . Notons que  $P(g' = 0 | g = 0) = 1$  et  $P(g' \neq 0 | g = 0) = 0$ .

Soient  $m_1 = \left(\mu_j - \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau$ ,  $m_2 = \sigma\sqrt{\tau}$ ,  $\forall g \in \Psi \setminus \{0\}, \forall g' \in \Psi \setminus \{0, g_0^0\}$ , la probabilité de transition est calculée par :

$$P(g'|g) = \Phi\left(\frac{\ln\left(\frac{g'+l}{g}\right) - m_1}{m_2}\right) - \Phi\left(\frac{\ln\left(\frac{g'}{g}\right) - m_1}{m_2}\right)$$

$$\forall g \in \Psi \setminus \{0\}, g' = g_{min} : P(g'|g) = \Phi\left(\frac{\ln\left(\frac{g'+l}{g}\right) - m_1}{m_2}\right)$$

$$\forall g \in \Psi \setminus \{0\}, g' = g_{max} : P(g'|g) = 1 - \Phi\left(\frac{\ln\left(\frac{g'}{g}\right) - m_1}{m_2}\right)$$

### 7.3.2 Incertitude dans le prix d'achat de nouvelle technologie

Pour modéliser le processus du prix d'achat de la nouvelle technologie, on utilise un mouvement Brownien géométrique afin de prendre en compte l'incertitude du temps d'apparition de la nouvelle technologie et l'augmentation de la volatilité de la prévision au fil du temps. Sous la mesure de risque neutre, le prix d'achat estimé de la nouvelle technologie qui apparaît à l'instant  $t$  est décrit comme suit :

$$c_{1,t} = c_{1,0} \exp\left[\left(r - \frac{\sigma_c^2}{2}\right)u + \sigma_c W_t\right] \quad (7.12)$$

où  $c_{1,0}$  est la valeur estimée initiale du prix d'achat de nouvelle technologie.

En général, afin d'assurer à la fois le profit du fabricant et l'attractivité d'une nouvelle technologie, on suppose que son prix d'achat appartient à la marge de fluctuation,  $[c_{1min}, c_{1max}]$  avec  $c_{1min} = c_0$ . Le processus du prix d'achat  $c_{1,t}$  est discrétisé de manière analogue à celle présentée dans la Section 6.2.

En outre, dans ce chapitre, on va se concentrer au cas particulier du saut technologique. En détail, on va considérer le rôle de l'option de maintenance dans le cas où le management doit confronter à la possibilité d'un saut technologique dans l'avenir, alors on suppose que la nouvelle technologie est plus attractive que l'ancienne.

**Hypothèse (A1) :**  $\tilde{I}(g) < -c_{1max} + \tilde{V}^1(c_{1max}, g_0^1)$

Notons que  $\tilde{V}^1(c_1, g)$  qui définit la valeur optimale sur l'horizon infini pour la nouvelle technologie avec le prix d'achat  $c_1$  obtenu avec la probabilité  $p_{n+1, c_1}$ . Le calcul de  $p_{n+1, c_1}$  est analogue à celui conduit pour  $P(g'|g)$ .

D'après l'hypothèse (A1), on en déduit le corollaire suivant :

**Corollaire (C1) :** On investit dans la nouvelle technologie dès son apparition.

### 7.3.3 Hypothèses des fonctions du coût de maintenance, de la valeur résiduelle et l'évolution technologique

Le coût de maintenance,  $c_M(g)$  est supposé être une fonction linéaire croissante de l'effet de maintenance. Cette hypothèse classique rejoint bien une certaine vision de la réalité [YKC09].

$$c_M(g) = \nu + h_1(g^M - g) \quad (7.13)$$

où  $\nu$ ,  $h_1$  sont des constantes. On suppose que la maintenance est effectuée si et seulement si  $g < g^M$ ; où  $g^M$  est le niveau de profit instantané après la maintenance. Note que  $d$  représente l'efficacité de maintenance, on a :

$$g^M(g) = d \cdot g_0^0 \quad (7.14)$$

La valeur résiduelle est la valeur marchande du système à un instant donnée. On la suppose être une fonction croissante du profit instantané courant :

$$b_0(g) = v + h_2g \quad (7.15)$$

où  $v$  et  $h_2$  sont constants.

La valeur résiduelle de la machine à l'instant  $n$  dépend du taux de profit à cet instant et de sa génération technologique ( $j = 0$  ou  $1$ ).

De plus, on considère une seule nouvelle technologie qui peut apparaître dans l'avenir avec la probabilité croissante au fil du temps. Cette hypothèse est commune dans la littérature de l'évolution technologique, [HK04, MO95, HN94].

$$p_{n+1} = 1 - \delta\varepsilon^{n-1}; \quad \delta, \varepsilon \in (0, 1). \quad (7.16)$$

Le facteur  $\delta$  reflète la probabilité de non apparition de nouvelle technologie à l'époque de la décision suivante tandis que le facteur  $\varepsilon$  caractérise l'augmentation du taux de la probabilité d'apparition au fil du temps.

L'amélioration technologique est caractérisée par l'augmentation du taux de profit initial  $g_0^1 > g_0^0$  et la réduction de la dérive du flux de profit ( $\mu_0 < \mu_1 < 0$ ).

## 7.4 Analyse des propriétés structurelles

Cette section a pour objectif la mise en évidence, sous conditions d'existence, d'une structure décisionnelle pour la politique optimale. Ainsi, tout au long de cette section, nous allons chercher d'une part quel est le type de structures, sachant que celui-ci n'est pas toujours trivial, et les conditions que les données d'entrée doivent respecter pour les atteindre.

Nous proposons de décomposer ces preuves en deux étapes suivant que l'on considère ou non le problème d'évolution technologique. On conclura cette section par la définition d'une méthode d'identification de l'horizon d'étude pour garantir la robustesse de l'optimalité des premières décisions.

### 7.4.1 Propriétés du problème sans considération de l'évolution technologique

Dans cette section, nous présentons les propriétés structurelles de la politique optimale de maintenance/ remplacement sans prendre en compte l'évolution technologique. Ces résultats seront utiles pour l'étude du cas où l'évolution technologique est considérée. Ceci revient aussi à évaluer la valeur actualisée sur un horizon infini  $\tilde{V}(g)$ , équation (7.6), représentant la valeur terminale du problème d'optimisation sur horizon fini pour laquelle on considère que, puisque la nouvelle technologie n'est pas apparue sur l'horizon  $N$ , elle n'apparaîtra jamais.

Afin de simplifier les équations à venir, on attribue des valeurs numériques pour les actions possibles : 1  $\rightarrow$  Ne rien faire, 2  $\rightarrow$  Maintenance, 3  $\rightarrow$  Investissement.

**Lemme 7.4.1.** *On note  $q(\varsigma|g, a) := \sum_{g'=\varsigma}^{g_{max}} P(g'|g, a)$  la probabilité conditionnelle d'un profit supérieur à  $\varsigma$  sachant le profit précédent  $g$  et la réalisation de l'action  $a$ . Cette probabilité  $q(\varsigma|g, a)$  est non décroissante en  $g$  pour tout  $\varsigma$ ,  $\forall g \in \Psi$ ,  $\forall a \in \mathcal{A} = \{1, 2, 3\}$ .*

*Démonstration.* Pour l'action Ne rien faire, on a directement  $q(\varsigma|g, 1) = \sum_{g'=\varsigma}^{g_{max}} P(g'|g) =$

$$1 - \Phi\left(\frac{\ln\left(\frac{\varsigma}{g}\right) - m_1}{m_2}\right), \text{ donc } q(\varsigma|g, 1) \text{ est non décroissant dans } g \text{ pour tout } \varsigma.$$

Dans le cas du maintien, on a  $q(\varsigma|g, 2) = \sum_{g'=\varsigma}^{g_{max}} P(g'|g^M)$  et pour le remplacement,  $q(\varsigma|g, 3) = \sum_{g'=\varsigma}^{g_{max}} P(g'|g_0^0)$  qui ne dépendent pas de  $g$ .

Donc  $q(\varsigma|g, a)$  est une fonction non décroissante de  $g$  pour tout  $\varsigma$ .  $\square$

D'après le théorème 6.2.10 de [Put94], il existe une seule politique optimale qui est stationnaire au fil du temps.

Avant de démontrer les propriétés de monotonie de la fonction de valeur et de la politique associée, on rappelle la définition de fonction sous-additive, pp.103 de [Put94] :

**Définition 7.4.1.** *Soient  $Y, Z$  deux ensembles partiellement ordonnés et  $f(y, z)$  une fonction de valeur réelle sur  $Y \times Z$ . On dit que  $f$  est sous-additive si pour  $y^+ \geq y^-$  dans  $Y$  et  $z^+ \geq z^-$  dans  $Z$ ,*

$$f(y^+, z^+) + f(y^-, z^-) \leq f(y^+, z^-) + f(y^-, z^+) \quad (7.17)$$

#### Théorème 7.4.1.

1.  $\tilde{V}(g)$  est non décroissant en  $g$ .
2.  $\forall a \in \{1, 2, 3\}$ , la politique optimale  $\pi_{\tilde{V}}(g)$  est non croissante en  $g$  avec les deux conditions suivantes :
  - $\pi_{\tilde{V}}(g^M) = 1$
  - $m_g \geq h_1 \geq h_2$  avec  $m_g$  - le facteur entre l'état actuel du système et le profit cumulé dans une période de décision ;  $h_1$  - le facteur entre l'état actuel du système et le coût de maintenance,  $h_2$  - le facteur entre l'état actuel du système et la valeur résiduelle.

*Démonstration.*

1. On étudie la récurrence de l'algorithme d'itération sur les valeurs.

Soit  $\tilde{V}_n(g)$  la valeur actualisée maximale sur  $n$  périodes, et  $\tilde{V}(g)$  sa valeur asymptotique, i.e. lorsque  $n$  tend vers l'infini.

Sans perte de généralité, soit  $\tilde{V}_0(g) = 0, \forall g \in \Psi$

$$\tilde{V}_n(g) = \max \left\{ \begin{array}{l} \tilde{D}N_n(g) = m_g g + e^{-r\tau} \sum_{g'} P(g'|g) \tilde{V}_{n-1}(g') \\ \tilde{M}_n(g) 1_{\{g < g^M\}} = -c_M(g) + \tilde{D}N_n(g^M) \\ \tilde{I}_n(g) = -c_0 + b_0(g) + \tilde{D}N_n(g_0^0) \end{array} \right\}$$

Tout d'abord, pour  $n = 1$ , on a :

–  $\tilde{D}N_1(g) = m_g \cdot g$  qui entraîne de facto la non décroissance de  $\tilde{D}N_1(g)$ .

–  $\tilde{M}_1(g)$  et  $\tilde{I}_1(g)$  sont non décroissants en  $g$  en tant que somme de fonctions non décroissantes.

On a donc prouvé que  $\tilde{V}_1(g)$  est non décroissant dans  $g$ .

On suppose maintenant vraie la propriété au rang  $n - 1$ , i.e.  $\tilde{V}_{n-1}(g)$  est non décroissant en  $g$ .

D'après le Lemme 7.4.1 et le Lemme 4.7.2 (pp 106) de [Put94], on obtient que  $\sum_{g'} P(g'|g) \tilde{V}_{n-1}(g')$  est non décroissant en  $g$ .

Donc  $\tilde{D}N_n(g)$  est non décroissant en  $g$ .

En tant que sommes de fonctions non décroissantes,  $\tilde{M}_n(g)$  et  $\tilde{I}_n(g)$  sont non décroissantes.

Ce qui nous prouve l'assertion vraie pour tout  $n$ .

Enfin,  $\tilde{V}_n(g)$  est non décroissant dans  $g$  et lorsque  $n \rightarrow \infty$ ,  $\tilde{V}_n(g) \rightarrow \tilde{V}(g)$ .

2. D'après le Lemme 7.4.1, la probabilité conditionnelle  $q(\varsigma|g, a)$  est non décroissante en  $g$ .

Soit  $r(g, a)$  la fonction de récompense de l'action  $a$  à l'état du système  $g$ ,  $a \in \mathcal{A}$  l'ensemble d'actions vérifiant :

$$\forall g < g^M : \mathcal{A} = \{1, 2, 3\}; \quad \forall g \geq g^M : \mathcal{A} = \{1, 3\}$$

La fonction  $r(g, a)$  est non décroissante en  $g$  en tant que somme de fonctions non décroissantes.

Ensuite, grâce à l'hypothèse  $m_g \geq h_1 \geq h_2$ , on peut déduire directement que  $r(g, a)$  est une fonction sous additive.

$q(\varsigma|g, a)$  est également une fonction sous additive, d'après Lemme 7.4.1.

D'après le Théorème 6.11.6 dans [Put94], on en déduit directement que  $\pi_{\tilde{V}}(g)$  est non croissante en  $g$  si  $\pi_{\tilde{V}}(g^M) = 1$ .

□

D'après la propriété de non croissance de la politique optimale, Théorème 7.4.1, on peut déduire l'existence de la structure de la limite de contrôle. Soient  $y^M$  et  $y^I$  les seuils respectifs de maintenance et de remplacement. Sous condition d'existence de  $y^M$  et  $y^I$ , la politique de la limite de contrôle décrit alors la règle de décision suivante :



- Remplacement dès que le profit instantané est inférieur au seuil  $y^I$  ;
- Maintenance si le profit instantané appartient à  $(y^M, y^I)$  ;
- Ne rien faire quand le profit instantané est supérieur à  $y^M$ .

### 7.4.2 Propriétés du problème en considérant l'évolution technologique

Dans cette section, on présente les propriétés structurelles du problème de maintenance/ investissement sous l'évolution technologique.

On peut d'ores-et-déjà dire qu'après avoir investi dans la nouvelle technologie, la valeur  $\tilde{V}^1(c_1, g)$  présente les mêmes propriétés de monotonie en  $g$  que  $\tilde{V}(g)$  (Théorème 7.4.1). Par ailleurs, on a aussi la non décroissance en  $c_1$  :

**Lemme 7.4.2.**  $\tilde{V}^1(c_1, g)$  est non décroissant dans  $c_1$ ,  $\forall g \in \Psi$ ,  $\forall c_1 \in [c_{1min}, c_{1max}]$

*Démonstration.* La démonstration du Lemme 7.4.2 est immédiate par récurrence.  $\square$

Dans les cas de non obsolescence où la nouvelle technologie n'est pas encore disponible, comme les fonctions de récompense des actions sont bornés et  $\lambda \in [0, 1]$ , la fonction valeur optimale  $V_n^N(\cdot)$  converge pour tous les états de système ( $g$ ) :

$$\lim_{N \rightarrow \infty} V_1^N(x, \pi^p) = V_1^\infty(x, \pi^p) \quad (7.18)$$

Par ailleurs, on a les propriétés suivantes :

**Lemme 7.4.3.**

1.  $\hat{V}(c_1, g)$  est non décroissant en  $g$ ,  $\forall g \in \Psi$ ,  $\forall c_1 \in [c_{1min}, c_{1max}]$
2.  $\hat{V}(c_1, g)$  est non croissant en  $c_1$ ,  $\forall g \in \Psi$ ,  $\forall c_1 \in [c_{1min}, c_{1max}]$
3.  $V_n^N(g)$  est non décroissant en  $g$ ,  $\forall g \in \Psi$

*Démonstration.*

1. On peut déduire directement le résultat par récurrence (similaire au Théorème 7.4.1).
2. On va ici aussi faire une récurrence sur les étapes de l'algorithme d'itération sur les valeurs. On considère  $\hat{V}_n(c_1, g)$ , lorsque  $n \rightarrow \infty$ ,  $\hat{V}_n(c_1, g) \rightarrow \hat{V}(c_1, g)$ .

Soit

$$\hat{V}_n(c_1, g) = \left\{ \begin{array}{l} \widehat{DN}_n(c_1, g) = m_g g + e^{-r\tau} \sum_{g'} P(g'|g) \hat{V}_{n-1}(c_1, g') \\ \hat{M}_n(c_1, g) 1_{\{g \leq g^M\}} = -c_M(g) + \widehat{DN}_n(c_1, g)(g^M) \\ \hat{I}_n(c_1, g) = -c_0 + b_0(g) + \tilde{V}^1(c_1, g_0^1) \end{array} \right\}$$

Le résultat est évident au rang 1 puisque  $\hat{V}_0(c_1, g) = 0$ ,  $\forall g \in \Psi$ ,  $\forall c_1 \in [c_{1min}, c_{1max}]$ .

En supposant que  $\hat{V}_n(c_1, g)$  soit non croissant dans  $c_1$ ,  $\forall g \in \Psi$ ,  $\forall c_1 \in [c_{1min}, c_{1max}]$ , on veut montrer l'assertion vraie au rang  $n + 1$ .

Or, on a



- $\widehat{DN}_{n+1}(c_1, g)$  qui est non croissant dans  $c_1$  puisque  $\sum_{\forall g'} P(g'|g) \widehat{V}_n(c_1, g')$  est non croissant dans  $c_1$  ;
- $\widehat{M}_n(c_1, g)$  est non croissant dans  $c_1$  grâce à la propriété de monotonie de  $\widehat{DN}_{n+1}(c_1, g^M)$  ;
- $\widehat{I}_n(c_1, g)$  est également non croissant dans  $c_1$  par le Lemme 7.4.2.

Alors  $\widehat{V}_{n+1}(c_1, g)$  est non croissant dans  $c_1$ . Ce résultat est donc vrai lorsque  $n \rightarrow \infty$ .

3. On a  $V_N^N(g) = \tilde{V}(g)$ , alors  $V_N^N(g)$  est non croissant dans  $g$ ,  $\forall g \in \Psi$ ,  $\forall c_1 \in [c_{1min}, c_{1max}]$  (Théorème 7.4.1).

De la même manière que dans la démonstration du Théorème 7.4.1, on peut déduire facilement par récurrence que  $V_n^N(g)$  est une fonction non décroissante en  $g$ .

□

On rappelle que  $g^M$  est l'état du système après la réparation. On définit les différences entre les valeurs des options dans le cas d'obsolescence et non obsolescence de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \forall g < g^M, g \in \Psi \quad & \begin{cases} d12_n^N(g) = M_n^N(g) - DN_n^N(g) \\ d23_n^N(g) = I_n^N(g) - M_n^N(g) \\ \Delta 12(c_1, g) = \widehat{M}(c_1, g) - \widehat{DN}(c_1, g) \\ \Delta 23(c_1, g) = \widehat{I}(c_1, g) - \widehat{M}(c_1, g) \end{cases} \\ \forall g < g^M, g \in \Psi \quad & \begin{cases} d13_n^N(g) = I_n^N(g) - DN_n^N(g) \\ \Delta 13(c_1, g) = \widehat{I}(c_1, g) - \widehat{DN}(c_1, g) \end{cases} \end{aligned}$$

**Théorème 7.4.2.** Si les facteurs proportionnels entre l'état du système et le profit cumulé dans une période de décision - ( $m_g$ ), ou le coût de maintenance - ( $h_1$ ), ou la valeur résiduelle - ( $h_2$ ) vérifient  $m_g \geq h_1 \geq h_2$ , on a :

1.  $\forall n = 1, 2, 3 \dots N$  avec l'ensemble des actions :  $\mathcal{A} = \{1 \rightarrow DN_n^N, 2 \rightarrow M_n^N, 3 \rightarrow I_n^N\}$ , la politique optimale  $\pi_{V_n^N}(g)$  est non croissante en  $g$  quand  $\pi_{V_n^N}(g^M) = 1$ .
2. Si l'ensemble des actions :  $\mathcal{A} = \{1 \rightarrow \widehat{DN}, 2 \rightarrow \widehat{M}, 3 \rightarrow \widehat{I}\}$ , la politique optimale  $\pi_{\widehat{V}}(c_1, g)$  est non croissante en  $g$  quand  $\pi_{\widehat{V}}(c_1, g^M) = 1$ .

*Démonstration.*

1. Lorsque  $n = N$ ,  $V_N^N(g) = \tilde{V}(g)$  alors  $\pi_{V_N^N}(g)$  est non croissante dans  $g$  (Théorème 7.4.1). (a)

Quand  $n < N$ ,  $\forall g^- < g^+ < g^M$  :

$$\begin{aligned} d12_n^N(g^+) - d12_n^N(g^-) &= (h_1 - m_g)(g^+ - g^-) \\ &+ e^{-r\tau} \left[ (1 - p_{n+1}) \left( \sum_{\forall g'} P(g'|g^-) V_{n+1}^N(g') - \sum_{\forall g'} P(g'|g^+) V_{n+1}^N(g') \right) \right. \\ &\left. + p_{n+1} \sum_{\forall c_1} p_{n+1, c_1} \left( \sum_{\forall g'} P(g'|g^-) \widehat{V}(c_1, g') - \sum_{\forall g'} P(g'|g^+) \widehat{V}(c_1, g') \right) \right] \end{aligned}$$

D'après les Lemmes 7.4.3 et 4.7.2 de [Put94], on a :

$$\sum_{\forall g'} P(g'|g^-) V_{n+1}^N(g') \leq \sum_{\forall g'} P(g'|g^+) V_{n+1}^N(g')$$

$$\sum_{\forall g'} P(g'|g^-) \hat{V}(c_1, g') \leq \sum_{\forall g'} P(g'|g^+) \hat{V}(c_1, g')$$

De là,  $\forall g < g^M, g \in \Psi : d12_n^N(g^+) \leq d12_n^N(g^-)$  si  $h_1 \leq m_g$ . (b)

De manière similaire, on peut déduire :

$\forall g < g^M, g \in \Psi : d23_n^N(g^+) \leq d23_n^N(g^-)$  si  $h_2 \leq h_1$ . (c)

$\forall g \in \Psi : d13_n^N(g^+) \leq d13_n^N(g^-)$  si  $h_2 \leq m_g$ . (d)

Notons que  $\forall g \geq g^M, g \in \Psi : \mathcal{A} = \{1, 3\}$ , on peut déduire de l'assertion (d) que la politique optimale  $\pi_{V_n^N}(g)$  est non croissante en  $g$ .

Par ailleurs, si  $\pi_{V_n^N}(g^M) = 1$ , alors  $\pi_{V_n^N}(g) = 1 ; \forall g \geq g^M, g \in \Psi$ . (e)

$\forall g < g^M, g \in \Psi$ , des assertions (b), (c) et (d), on peut conclure que la politique optimale  $\pi_{V_n^N}(g)$  est non croissante en  $g$ . (f)

Enfin, la preuve du Théorème 1 est directement déduite des assertions (a), (e) et (f).

2. De la même manière, en considérant les fonctions de différence entre les actions :  $\Delta 12(c_1, g)$ ,  $\Delta 13(c_1, g)$ ,  $\Delta 23(c_1, g)$ , on démontre facilement le point 2 du Théorème 2.

□

**Lemme 7.4.4.**  $\forall g \in \Psi, n = 1, 2, 3 \dots N : \tilde{V}(g) \leq V_n^N(g) \leq \hat{V}(c_1, g)$ .

*Démonstration.* On propose de démontrer le lemme ci-dessus en deux étapes.

1. On va d'abord montrer que  $\tilde{V}(g) \leq \hat{V}(c_{1max}, g)$  où on rappelle que  $c_{1max}$  est la valeur maximale du prix d'achat de la nouvelle technologie.

Cette assertion est vraie au rang 1 puisque

$$\tilde{V}_0(g) = 0 \leq \hat{V}(c_{1max}, g); \forall g \in \Psi$$

Par récurrence, on peut en déduire  $\tilde{V}_n(g) \leq \tilde{V}(g)$ .

Pour cela, on suppose que  $\tilde{V}_{n-1}(g) \leq \hat{V}(c_{1max}, g), \forall g \in \Psi$ , alors on a :

$$\sum_{\forall g'} P(g'|g^-) \tilde{V}_{n-1}(g') \leq \sum_{\forall g'} P(g'|g^-) \hat{V}(c_{1max}, g')$$

De là, on déduit directement :  $\tilde{D}N_n(g) \leq \widehat{D}N(c_{1max}, g), \forall g \in \Psi$ . (a)

Comme  $\tilde{D}N_n(g^M) \leq \widehat{D}N(c_{1max}, g^M)$ , on en déduit :

$\tilde{M}_n(g) \leq \hat{M}(c_{1max}, g), \forall g \in \Psi$ . (b)

D'après l'hypothèse (A1), on a :  $\tilde{I}(g) \leq \hat{I}(c_{1max}, g)$  ;

d'où,  $\tilde{I}_n(g) \leq \tilde{I}(g) \leq \hat{I}(c_{1max}, g)$  (c)

Des assertions (a)-(c), on peut conclure :

$\tilde{V}(g) \leq \hat{V}(c_{1max}, g) \leq \hat{V}(c_{1min}, g)$  (d)

2. On veut ensuite montrer que

$$\tilde{V}(g) \leq V_n^N(g) \leq \hat{V}(c_{1min}, g), \forall g \in \Psi, n \leq N.$$

En effet :  $V_n^N(g) = \tilde{V}(g) \leq \hat{V}(c_{1min}, g)$

Supposons que  $\tilde{V}(g) \leq V_{n+1}^N(g) \leq \hat{V}(c_{1min}, g), \forall g \in \Psi$ .

On peut en déduire :

$$\begin{cases} DN_n^N(g) \leq \widehat{DN}(c_{1min}, g); \\ M_n^N(g) \leq \hat{M}(c_{1min}, g); \\ I_n^N(g) \leq \hat{I}(c_{1min}, g) \end{cases}$$

$$\text{Alors } V_n^N(g) \leq \hat{V}(c_{1min}, g); \forall g \in \Psi, \forall n \in N. \quad (e)$$

Par ailleurs, on trouve que :

$$(1 - p_{n+1}) \sum_{\forall g'} P(g'|g) V_{n+1}^N(g') \geq (1 - p_{n+1}) \sum_{\forall g'} P(g'|g) \tilde{V}(g')$$

D'après le Lemme 7.4.3 et l'assertion (d), on en déduit :

$$p_{n+1} \sum_{\forall c_1} p_{n+1, c_1} \sum_{\forall g'} P(g'|g) \hat{V}(c_1, g') \geq p_{n+1} \sum_{\forall g'} P(g'|g) \tilde{V}(g')$$

Ainsi  $DN_n^N(g) \geq \tilde{DN}(g), \forall g \in \Psi$ .

On en déduit  $V_n^N(g) \geq \tilde{V}(g), \forall g \in \Psi; \forall n \in N \quad (f)$

Les assertions (d)-(f) impliquent que  $\forall g \in \Psi, n = 1, 2, 3 \dots N$  :

$$\tilde{V}(g) \leq V_n^N(g) \leq \hat{V}(c_{1min}, g). \quad \square$$

**Lemme 7.4.5.**  $\forall g \in \Psi, \forall c_1^-, c_1^+ \in [c_{1min}, c_{1max}]$  et  $c_1^- < c_1^+$ , on a l'inégalité suivante :

$$\hat{V}(c_1^-, g) - \hat{V}(c_1^+, g) \leq \tilde{V}^1(c_1^-, g_0^1) - \tilde{V}^1(c_1^+, g_0^1) + c_1^+ - c_1^-.$$

*Démonstration.* On considère la valeur  $\hat{V}_n(c_1, g)$  qui tend asymptotiquement vers  $\hat{V}(c_1, g)$ .

On note  $B$  le terme de droite de l'inégalité ci-dessus :  $B = \tilde{V}^1(c_1^-, g_0^1) - \tilde{V}^1(c_1^+, g_0^1) + c_1^+ - c_1^-$ .

On prouve le lemme par récurrence. Au rang 1, le résultat est immédiat puisque  $\hat{V}_0(c_1, g) = 0, \forall g \in \Psi, \forall c_1 \in [c_{1min}, c_{1max}]$ .

On suppose que  $\hat{V}_{n-1}(c_1^-, g) - \hat{V}_{n-1}(c_1^+, g) \leq B, \forall g \in \Psi$ .

On en déduit que :

$$\begin{aligned} \widehat{DN}_n(c_1^-, g) - \widehat{DN}_n(c_1^+, g) &= e^{-r\tau} \sum_{\forall g'} P(g'|g) \left( \hat{V}_{n-1}(c_1^-, g') - \hat{V}_{n-1}(c_1^+, g') \right) \\ &\leq e^{-r\tau} \sum_{\forall g'} P(g'|g) B = e^{-r\tau} B \end{aligned}$$

$$\text{Donc } \widehat{DN}_n(c_1^-, g) - \widehat{DN}_n(c_1^+, g) \leq B. \quad (a)$$

Les résultats suivant sont alors immédiats :

$$\hat{M}_n(c_1^-, g) - \hat{M}_n(c_1^+, g) \leq B \quad \hat{I}_n(c_1^-, g) - \hat{I}_n(c_1^+, g) = B \quad (b)$$

Il nous reste à démontrer que  $\hat{V}_n(c_1^-, g) - \hat{V}_n(c_1^+, g) \leq B$ .

En effet, si  $\hat{V}_n(c_1^-, g) = \widehat{DN}_n(c_1^-, g)$  alors

$$\hat{V}_n(c_1^-, g) - \hat{V}_n(c_1^+, g) \leq \widehat{DN}_n(c_1^-, g) - \widehat{DN}_n(c_1^+, g)$$

De l'assertion (a) on a directement  $\hat{V}_n(c_1^-, g) - \hat{V}_n(c_1^+, g) \leq B$ .

De la même manière, si  $\hat{V}_n(c_1^-, g) = \hat{M}_n(c_1^-, g)$  or  $\hat{V}_n(c_1^-, g) = \hat{I}_n(c_1^-, g)$ , avec l'assertion (b), on en déduit  $\hat{V}_n(c_1^-, g) - \hat{V}_n(c_1^+, g) \leq B$ .

La récurrence est donc montrée au rang  $n$ , ce qui donne le résultat final  $\hat{V}_n(c_1^-, g) - \hat{V}_n(c_1^+, g) \leq B, \forall g \in \Psi, \forall n$ .

Ainsi, lorsque  $n \rightarrow \infty$ ,  $\hat{V}_n(c_1, g) \rightarrow \hat{V}(c_1, g)$ , le Lemma 7.4.5 est démontré.  $\square$

**Théorème 7.4.3.** *Après le changement technologique, le seuil de remplacement est non croissant en  $c_1$ .*

*Démonstration.* On définit le seuil de remplacement  $y_{c_1}^I$  tel que :

$$y_{c_1}^I = \max\{g : \Delta 23(c_1, g) \geq 0 \text{ and } \Delta 13(c_1, g) \geq 0\}$$

On investira dans nouvelle technologie,  $\forall g \leq y_{c_1}^I : \pi_{\hat{V}}(c_1, g) = 3$

$\forall c_1^-, c_1^+ \in [c_{1min}, c_{1max}]$  et  $c_1^- < c_1^+$  :

$$y_{c_1^{-(+)}}^I = \max\{g : \Delta 23(c_1^{-(+)}, g) \geq 0 \text{ and } \Delta 13(c_1^{-(+)}, g) \geq 0\}$$

D'après le Lemme 7.4.5, on a :

$$\begin{aligned} \Delta 13(c_1^-, g) - \Delta 13(c_1^+, g) &= \\ \tilde{V}_1(c_1^-, g_0^1) - \tilde{V}_1(c_1^+, g_0^1) + c_1^+ - c_1^- - e^{-r\tau} \left( \hat{V}(c_1^-, g) - \hat{V}(c_1^+, g) \right) \\ &\geq (1 - e^{-r\tau}) \left( \tilde{V}_1(c_1^-, g_0^1) - \tilde{V}_1(c_1^+, g_0^1) + c_1^+ - c_1^- \right) \end{aligned}$$

Donc  $\Delta 13(c_1^-, g) \geq \Delta 13(c_1^+, g)$ .

De la même manière, on déduit  $\Delta 23(c_1^-, g) \geq \Delta 23(c_1^+, g)$ .

Par ailleurs, on a  $\Delta 13(c_1, g)$  et  $\Delta 23(c_1, g)$  non croissantes en  $g, \forall c_1 \in [c_{1min}, c_{1max}]$  (Théorème 2), alors on peut conclure que  $y_{c_1^-}^I \geq y_{c_1^+}^I$   $\square$

### 7.4.3 Méthode d'identification de l'horizon d'étude

Dans cette partie, on présente une méthode basée sur les bornes de  $d12_n^N(g)$ ,  $d13_n^N(g)$  et  $d23_n^N(g)$  pour identifier l'horizon d'étude. Cette méthode est déduite de [HN94], dans lequel on considère seulement le problème de l'investissement de remplacement avec le prix d'achat déterministe de nouvelle technologie. On rappelle que, dans nos travaux, nous intégrons à la fois l'option de maintenance et de l'incertitude dans le prix d'achat de nouvelle technologie.

On définit :

$$V_n^N(g)^+ = \hat{V}(c_{1min}, g); \quad V_n^N(g)^- = \tilde{V}(g)$$

avec

$$V_n^N(g)^+ = \max \{ DN_n^N(g)^+, M_n^N(g)^+ 1_{\{g < g^M\}}, I_n^N(g)^+ \} \quad (7.19)$$

$$V_n^N(g)^- = \max \{ DN_n^N(g)^-, M_n^N(g)^- 1_{\{g < g^M\}}, I_n^N(g)^- \} \quad (7.20)$$

où  $DN_n^N(g)^+, M_n^N(g)^+, I_n^N(g)^+, DN_n^N(g)^-, M_n^N(g)^-, I_n^N(g)^-$  sont définis de la même manière que dans l'équation (7.2, 7.3, 7.4).

On propose ensuite de définir les bornes nécessaires de  $d12_n^N(g)$ ,  $d13_n^N(g)$ ,  $d23_n^N(g)$  :

$$\begin{aligned} \forall g < g^M, g \in \Psi \quad & \begin{cases} d12_n^N(g)^+ = M_n^N(g)^+ - DN_n^N(g)^- \\ d12_n^N(g)^- = M_n^N(g)^- - DN_n^N(g)^+ \\ d23_n^N(g)^+ = I_n^N(g)^+ - M_n^N(g)^- \\ d23_n^N(g)^- = I_n^N(g)^- - M_n^N(g)^+ \end{cases} \\ \forall g \in \Psi \quad & \begin{cases} d13_n^N(g)^+ = I_n^N(g)^+ - DN_n^N(g)^- \\ d13_n^N(g)^- = I_n^N(g)^- - DN_n^N(g)^+ \end{cases} \end{aligned}$$

**Lemme 7.4.6.**  $\forall g \in \Psi, n = 1, 2, 3 \dots N$ , pour tous  $y \in 1, 2; z \in 2, 3$  et  $y < z$  :

1.  $dyz_n^N(g)^+$  et  $dyz_n^N(g)^-$  sont les bornes supérieures et inférieures pour  $dyz_n^N(g)$ .
2.  $dyz_n^N(g)^-$  et  $dyz_n^N(g)^+$  sont respectivement non croissant et non décroissant en  $N$ .

*Démonstration.*

1. Par définition, on a  $V_N^N(g)^- \leq V_N^N(g) \leq V_N^N(g)^+$ .

Du Lemme 7.4.4, on peut démontrer facilement par récurrence :

$$\forall g \in \Psi, \forall n \in N, V_n^N(g)^- \leq V_n^N(g) \leq V_n^N(g)^+$$

La preuve du Lemme 1 découle immédiatement de la définition des bornes.

2. On considère deux horizons d'étude  $N$  et  $N + 1$ ,  $\forall g \in \Psi$ .

De Lemme 7.4.4 et de la définition de  $V_N^N(g)^-$ , on a :

$$V_N^{N+1}(g)^- \geq \tilde{V}(g) = V_N^N(g)^-$$

On peut déduire facilement par récurrence que  $\forall g \in \Psi, \forall n \in N$  :

$$V_n^N(g)^- \text{ est non décroissant dans } N$$

La propriété de non décroissance pour  $DN_n^N(g)^-$ ,  $M_n^N(g)^-$  et  $I_n^N(g)^-$  est déduite directement de celle de  $V_n^N(g)^-$  (a)

De la même manière, on peut démontrer la propriété de non croissance de  $V_n^N(g)^+$  et  $DN_n^N(g)^+$ ,  $M_n^N(g)^+$ ,  $I_n^N(g)^+$ . (b)

Le Lemme 2 est déduit des assertions (a) et (b).

□

**Théorème 7.4.4.** Pour tout  $T > N$  où  $T, N$  sont les horizons du temps, on a :

1. Si  $\max\{d12_n^N(g)^+, d13_n^N(g)^+\} \leq 0$ ,  $\pi_{V_n^T}(g) = 1$ .
2. Si  $\min\{d13_n^N(g)^-, d23_n^N(g)^-\} \geq 0$ ,  $\pi_{V_n^T}(g) = 3$ .
3. Si  $\{d12_n^N(g)^- \geq 0, d23_n^N(g)^+ \leq 0\}$ ,  $\pi_{V_n^T}(g) = 2$ .

*Démonstration.*  $\pi_{V_n^N}(g) = \arg \max_{\{a \in \mathcal{A}\}} \{DN_n^N(g), M_n^N(g)1_{\{g \leq g^M\}}, I_n^N(g)\}$ .

Du Lemme 7.4.6, on peut déduire directement le Théorème 7.4.4. □

Grâce au Théorème 7.4.4 et la structure de limite de contrôle de la politique optimale, on peut construire l'algorithme suivant pour identifier l'horizon d'étude  $N$ .

Étape 0  $N = 0$

Étape 1  $N = N + 1$ .

Étape 2 Pour toute période de décision  $n$  de l'horizon  $N$ ,

Étape 2.1 On calcule les bornes supérieures et inférieures de  $d12_n^N(g)^{-(+)}$ ,  $d13_n^N(g)^{-(+)}$ ,  $d23_n^N(g)^{-(+)}$  pour tout  $g$ .

Étape 2.2 On détermine l'option optimale parmi l'ensemble d'action  $\mathcal{A} = \{1, 2, 3\}$  pour les niveaux de profit  $g$ ,  $\pi_{V_n^N}(g)$ , lorsqu'une des trois conditions dans le Théorème 7.4.4 est satisfaite.

Étape 3 On détermine  $y^I$  le seuil de remplacement tel que :  $\pi_{V_n^N}(g) \neq 3, \forall g > y^I$  et  $\pi_{V_n^N}(y^I) = 3$  sinon.

Étape 4 Si l'option optimale pour tout  $g : y^I \leq g < g^M$  est déterminée, STOP.  $N$  est l'horizon d'étude pour la décision optimale à l'époque  $n$ . Si non, retour Étape 1.

## 7.5 Exemples numériques

Dans cette section, on présente des exemples numériques afin d'illustrer la performance de l'algorithme d'identification de l'horizon d'étude et de discuter des propriétés structurelles de la politique optimale. Une période de décision comprend 30 jours et le facteur d'actualisation est  $r = 3.10^{-4}$ .

### 7.5.1 Identification de l'horizon d'étude

Les paramètres d'entrée pour le premier exemple sont donnés dans le Tableau 7.1, avec le prix d'achat de la nouvelle technologie  $c_1 \in [300, 1837]$ .

TABLE 7.1 – Paramètres d'entrée pour l'exemple du saut technologique

Prob d'ap- parition	Maintenance	Valeur rési- duelle	Prix d'achat	Flux de profit
$\delta = 0.9$ $\varepsilon = 0.9$	$d = 0.8$ $\nu = 20$ $h_1 = 20$	$v = 5$ Old Tech : $h_{20} = 10$  New Tech : $h_{21} = 12$	$\sigma_c = 1.9.10^{-3}$ Old Tech : $c_0 = 300$  New tech : $c_{1,0} = 315$	$\sigma = 6.3.10^{-3}$ Old Tech : $g_0^0 = 10$ $\mu_0 = -3.10^{-3}$ New Tech : $g_0^1 = 10.5$ $\mu_1 = -2.7.10^{-3}$

Le Tableau 7.2 présente les intervalles de décision optimaux pour la première décision,  $n = 1$  pour différentes longueurs de l'horizon d'étude  $N \in \{6, 8, 12, 15, 24\}$ .

La lecture des résultats est la suivante :

- Pour tout  $N$  inférieur à 6, on ne peut pas déterminer l'option optimale pour tous les états du système. En effet, aucune des conditions du Théorème 7.4.4 est satisfaite.
- Lorsque l'horizon d'étude est  $N = 8$ , l'option optimale prescrit un remplacement par le nouveau système si  $g \in [0, 0.31]$ , à ne rien faire pour  $g \in [8, 10]$ , tandis que pour tout  $g \in [0, 32, 7, 99]$ , on n'a pas assez d'information pour prendre une décision. La politique optimale pour tous les états du système n'est donc pas complètement déterminée et il est nécessaire d'augmenter  $N$

TABLE 7.2 – Décision optimale à  $n = 1$  pour différentes longueurs d'horizon

Action optimale				
$N$	Inconnu	Investissement	Maintenance	Ne rien faire
6	$\forall g \in \Psi$			
8	$g \in [0.32, 7.99]$	$g \in [0, 0.31]$		$g \in [8, 10]$
12	$g \in [5.01, 5.11]$ $g \in [7.3, 7.34]$	$g \in [0, 5]$	$g \in [5.12, 7.29]$	$g \in [7.35, 10]$
15		$g \in [0, 5.06]$	$g \in [5.07, 7.31]$	$g \in [7.32, 10]$
24		$g \in [0, 5.06]$	$g \in [5.07, 7.31]$	$g \in [7.32, 10]$

- À partir de  $N = 15$ , la politique optimale est déterminée en tout point  $g$  et ne change pas  $\forall N > 15$ . Elle prescrit le remplacement pour  $g \in [0, 5.06]$ , la réparation pour  $g \in [5.07, 7.31]$  et ne rien faire pour les  $g \in [7.32, 10]$ . Par conséquent, la propriété non-croissante dans  $g$  de la politique optimale est également illustrée.

La comparaison entre les seuils de décision dans les deux cas (de prendre en compte ou non l'évolution technologique) souligne le drôle de maintenance. En effet, l'option de maintenance est considérée comme une option d'attente pour profiter l'amélioration technologique.

Dans le cas d'obsolescence, Tableau 7.3, où la nouvelle technologie est disponible sur le marché avec le prix d'achat  $c_1$ , les résultats numériques montrent clairement l'impact du prix d'achat de la nouvelle technologie et l'intérêt de notre politique. L'investissement dans une nouvelle technologie est retardé lorsque le prix d'achat est élevé. À un certain niveau de prix, le bénéfice de l'option de maintenance est clairement justifié.

TABLE 7.3 – Politique optimale dans le cas d'obsolescence

$c_1$	Investissement	Maintenance	Ne rien faire
300	$g \in [0, 7.84]$		$g \in [7.85, 10]$
400	$g \in [0, 7.57]$		$g \in [7.58, 10]$
600	$g \in [0, 7.5]$		$g \in [7.51, 10]$
1000	$g \in [0, 7.37]$		$g \in [7.38, 10]$
1700	$g \in [0, 7.07]$	$g \in [7.08, 7.19]$	$g \in [7.2, 10]$
1837	$g \in [0, 6.15]$	$g \in [6.16, 7.33]$	$g \in [7.34, 10]$

### 7.5.2 Influence de la probabilité d'apparition de la nouvelle technologie sur la politique optimale

La probabilité d'apparition de la nouvelle technologie dans une période est donnée par (7.16). Rappelons que le facteur  $\delta$  reflète la probabilité de non apparition de nouvelle technologie à l'époque de la décision suivante tandis que le facteur  $\varepsilon$  caractérise l'augmentation du taux de la probabilité d'apparition au fil du temps. Nous proposons ici de faire varier  $\delta$  en considérant les données d'entrée proposées dans le Tableau 7.1 et  $\varepsilon = 0.9$ .

La Figure 7.1 représente la valeur optimale du seuil de maintenance  $y_n^M$  pour les 3 premières périodes de décision,  $n \in \{1, 2, 3\}$ , en fonction de  $\delta$ . Le seuil

de maintenance est non croissant en  $\delta$  signifiant ainsi qu'on cherchera à limiter le nombre de maintenance au profit de l'option *Ne rien faire*. Cependant, cet impact est moins important par rapport au cas du seuil de remplacement, Figure 7.2 parce que l'investissement de renouvellement sera retardé lorsqu'on considère la possibilité d'apparition de nouvelle technologie. En effet, si la valeur initiale de la probabilité d'apparition augmente de  $\delta = 0.01$  jusqu'à  $\delta = 0.5$ , le seuil de maintenance à la première période diminue de  $y_1^M = 7.34$  jusqu'à  $y_1^M = 7.19$  tandis que le seuil de remplacement va de  $y_1^I = 5.59$  à  $y_1^I = 3.28$ .

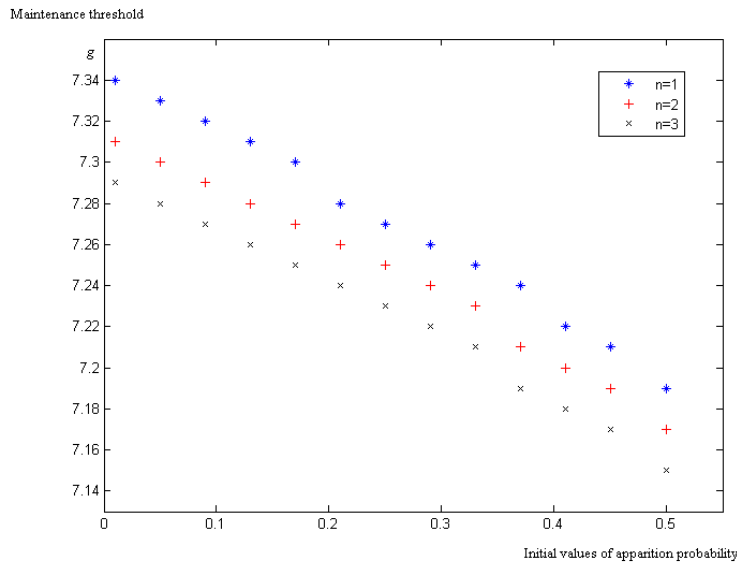


FIGURE 7.1 – Impact de probabilité d'apparition de nouvelle technologie sur le seuil de maintenance pour les trois premières périodes

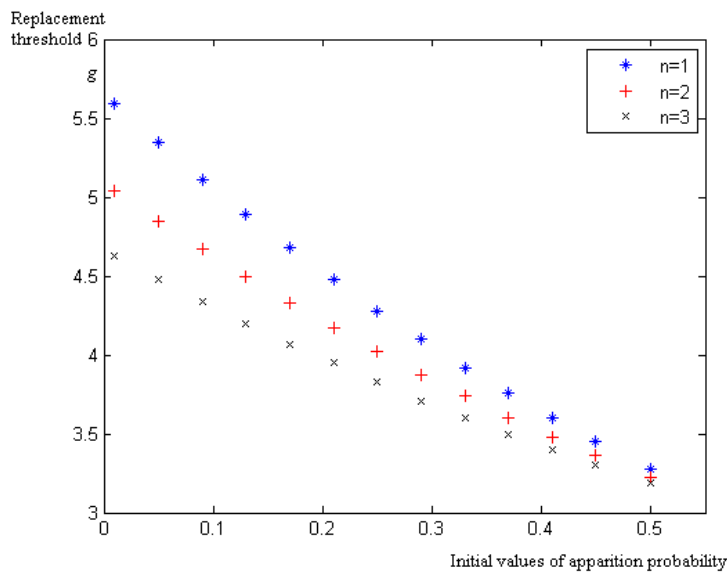


FIGURE 7.2 – Impact de probabilité d'apparition de nouvelle technologie sur le seuil de remplacement pour les trois premières périodes

Par ailleurs, l'importance de la valeur de l'option de maintenance est croissante



dans les valeurs de probabilité d'apparition d'une nouvelle technologie. En effet, la Figure 7.3 représente la région de maintenance (l'intervalle de l'état du système où la maintenance est effectuée) en fonction de  $\delta$ . Cette région est bornée par le seuil de maintenance,  $y_n^M$  en haut et le seuil de remplacement,  $y_n^I$  en base. On trouve que la région de maintenance augmente en fonction de la valeur initiale de la probabilité d'apparition de nouvelle technologie. Ceci illustre la tendance de profiter de l'option *Maintenance* pour attendre la nouvelle technologie lors que la possibilité d'apparition de nouvelle technologie est élevée.

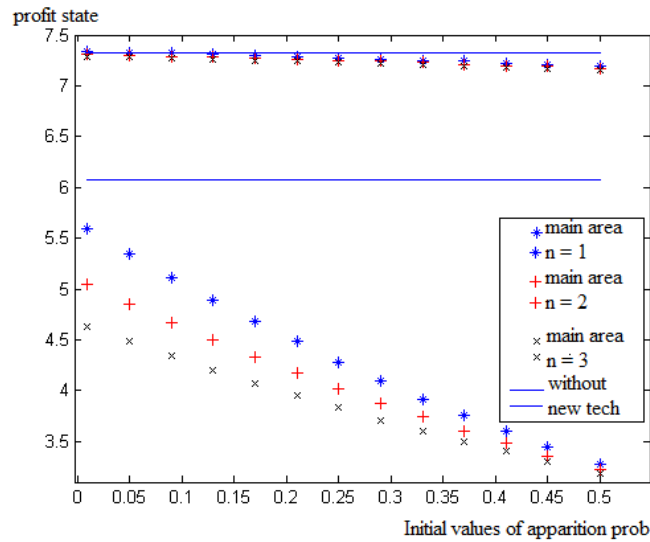


FIGURE 7.3 – Comparaison des régions de maintenance pour les trois premières périodes

### 7.5.3 Impact de l'efficacité de maintenance sur le seuil de remplacement

Avec les paramètres d'entrée dans le Tableau 7.1, on considère l'impact de l'efficacité de maintenance qui change dans l'intervalle  $d \in [0.8, 0.86]$  sur le seuil de remplacement. On rappelle ici le rôle de la variable  $d$  qui est l'efficacité de maintenance.

Dans le cas de non-obsolescence, l'impact de l'efficacité de maintenance sur le seuil de remplacement est monotone. Le seuil de remplacement diminue avec l'efficacité de maintenance parce que la tendance d'utiliser l'option *Maintenance* pour attendre le saut technologique est renforcée lorsque l'efficacité de maintenance est améliorée. Cette tendance est clairement illustrée dans la Figure 7.4 qui représente le seuil de remplacement en fonction de  $d$ . Considérons, par exemple,  $d = 0,86$  qui représente une efficacité de maintenance élevée, l'investissement dans la nouvelle technologie n'est pas préconisée pour  $n = 2, 3$ . En première période de décision, lorsque que l'efficacité de maintenance augmente de  $d = 0.8$  jusqu'à  $d = 0.86$ , le seuil de remplacement diminue de  $g = 5.06$  jusqu'à  $g = 0.14$ .

Dans le cas d'obsolescence, on perd la propriété "d'extension de la durée de vie économique du système grâce à l'option de maintenance" au bénéfice d'un remplacement dans la nouvelle technologie. Ceci est illustré dans la Figure 7.5 avec une

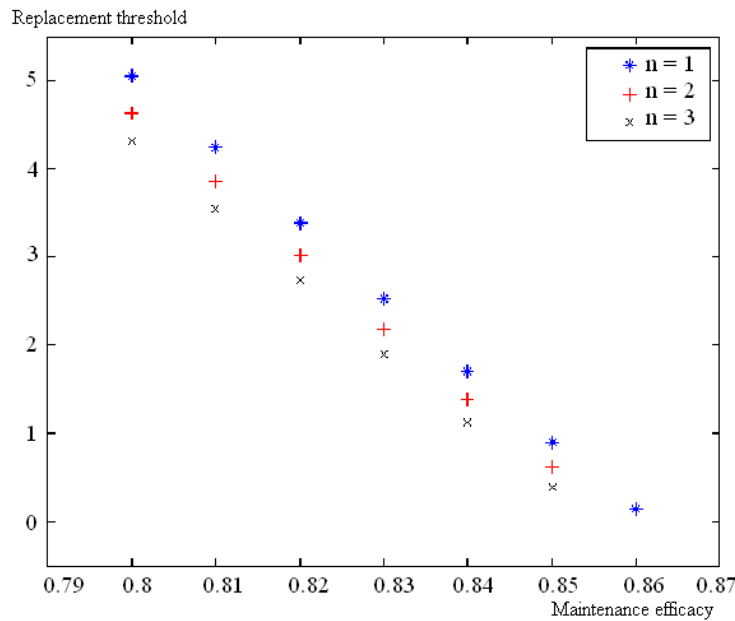


FIGURE 7.4 – Impact de l'efficacité de maintenance sur le seuil de remplacement dans le cas de non obsolescence

anticipation de l'investissement lors de l'augmentation de l'efficacité de la maintenance pour différents prix d'achat de nouvelle technologie. Si le prix d'achat de la nouvelle technologie n'est pas important, le ratio entre le coût de maintenance et le revenu estimé ne suffit pas par rapport aux récompenses attendues de l'investissement dans la nouvelle technologie. On trouve que dans ce cas, l'option de remplacement est dominante.

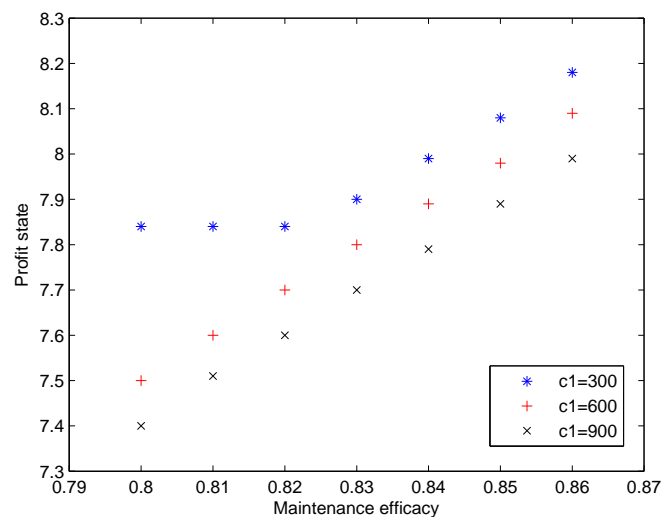


FIGURE 7.5 – Impact de l'efficacité de maintenance sur le seuil de remplacement dans le cas d'obsolescence

Au contraire, lorsque le prix d'achat de nouvelle technologie est élevé, nous pesons les avantages de l'utilisation de la machine courante et de l'investissement dans la nouvelle technologie lorsque le coût d'achat augmente. En effet, la région

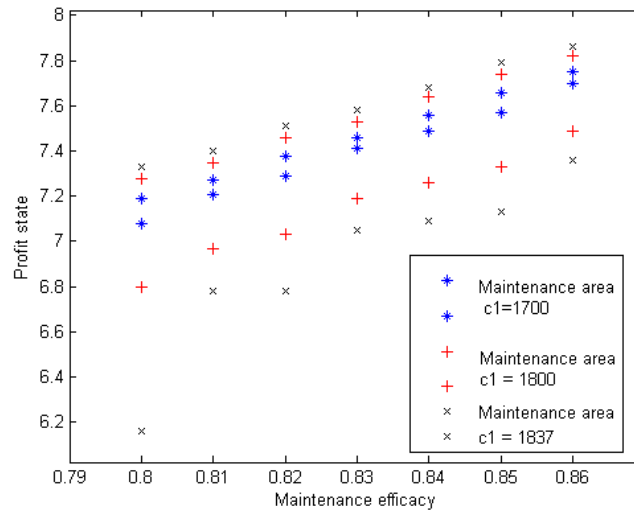


FIGURE 7.6 – Région de maintenance dans le cas de prix d’achat élevé de la nouvelle technologie

de maintenance se développe avec les prix d’achat de la nouvelle technologie. Ce dernier point est illustré dans la figure 7.6 qui représente pour chaque coût d’acquisition  $c_1$  et à valeur d’efficacité fixée les valeurs extrêmes de l’intervalle de maintenance. Cependant, lorsque le prix d’achat de la nouvelle technologie augmente, la propriété de l’anticipation de l’investissement est encore présente. Ce résultat intéressant montre qu’il n’est pas nécessaire d’améliorer l’efficacité de la maintenance, une maintenance de routine pouvant être suffisante.

## 7.6 Conclusion

Dans ce chapitre qui a fait l’objet des publications [NCY11, NCY12c], nous avons souligné l’importance de l’option de maintenance au niveau tactique en l’intégrant dans un problème d’adoption de nouvelle technologie. Nous avons également développé une méthode efficace pour déterminer l’horizon d’étude - un horizon fini  $N$  qui est suffisamment long pour garantir l’optimalité des premières décisions sur l’horizon infini. Comme la planification des investissements dans la nouvelle technologie est une stratégie de développement à long terme, l’identification de l’horizon d’étude permet ainsi d’éviter une mauvaise décision.

Grâce à notre analyse mathématique, nous avons montré les propriétés structurales de la politique optimale et avons démontré l’idée *intuitive* que l’investissement dans la nouvelle technologie est retardé lorsque son prix d’achat est élevé.

Enfin, l’impact de l’option de maintenance sur la stratégie d’investissement dans une nouvelle technologie a été discuté au travers d’analyses menées sur des exemples numériques. En effet, la maintenance permet de différer l’investissement pour attendre la meilleure technologie. Dans le cas d’obsolescence, l’application de la politique de maintenance optimale pour la nouvelle technologie rapportera un revenu supérieur à celle pour la courante machine. Ceci encourage ainsi à l’investissement dans la nouvelle technologie.

L'hypothèse que toutes les informations concernant la nouvelle technologie sont parfaites et disponibles peut facilement être considérée comme une des limites de ce modèle. Dans le chapitre suivant, nous allons étudier le problème d'acquisition dynamique de l'information dans le projet de maintenance/ investissement sous l'évolution technologique.

# Acquisition de l'information sur la nouvelle technologie pour les décisions de maintenance/ investissement

## 8.1 Introduction

Comme nous l'avons montré dans les chapitres précédents, l'impact du changement technologique sur la politique de maintenance/ investissement est assez important. Nous avons cherché à illustrer cet impact par la conduite d'expérimentations numériques sur un ensemble de paramètres caractérisant principalement la différence entre technologie actuelle et générations futures ainsi que la vitesse du marché représentée par une probabilité d'apparition. Ces informations sont de nature très incertaine mais des actions telles que des études de marché peuvent être commandées afin de la réduire sans toutefois la faire disparaître. Ces études ont un coût non négligeable qui dépend fortement de la difficulté d'analyse du marché et de la fiabilité de l'information rendue. Par ailleurs, aussi riches qu'elles soient, ces études n'offrent qu'une vision temporaire du marché. Il est ainsi clair de l'importance de bien déterminer les instants de mises en place de telles mesures pour renforcer la connaissance du marché et alors de définir la décision la plus appropriée.

C'est clairement dans ce contexte que s'inscrit le travail présenté dans ce chapitre, l'objectif principal étant de modéliser et proposer des politiques d'acquisition de l'information pour améliorer la décision de maintenance sous évolution technologique incertaine.

Notre étude bibliographique a montré que quelques travaux se sont intéressés à cette problématique. Dans une étude [Mon82], l'auteur a proposé un modèle pour décider d'adopter la nouvelle technologie en considérant deux situations : ne rien faire et attendre la transition d'état du marché ou bien acheter de l'informations sur

ce dernier et décider en fonction de ces informations. Les hypothèses de ce modèle peuvent être considérées en soit comme ses propres limites. En effet, il suppose que l'information est parfaite et que la matrice de transition d'état du marché est connue à l'avance. Dans ses travaux [McC85], McCardle a développé un modèle de programmation dynamique dans lequel le manager décide s'il est mieux d'acquérir des informations ou d'adopter/ rejeter une innovation. Cependant, l'étude est limitée par l'hypothèse de la forme du processus de signal d'information et de la distribution des niveaux de rentabilité. En considérant la distribution de probabilité comme une variable d'état, Ulu et Smith [US09] ont montré la limite de l'utilisation du profit estimé pour présenter la variable d'état du système dans le modèle de McCardle, la limite étant qu'une augmentation du profit estimé par le biais de l'acquisition d'une nouvelle technologie n'entraîne pas obligatoirement une croissance de la fonction de valeur. Ce constat limite ainsi la tendance à l'investissement dans les dernières technologies. Par ailleurs, [LM08] vise à résoudre le problème d'acquisition d'information pour décider s'il convient de prendre une opportunité d'affaires ou non. Les auteurs ont proposé un modèle général qui est similaire au modèle de Ulu & Smith en ajoutant la possibilité de perdre cette opportunité dans l'avenir .

Néanmoins, les modèles précédents reposent sur l'hypothèse de la disponibilité sur le marché à tout moment de la nouvelle technologie sans prendre en considération des caractéristiques technologiques et leur impact sur les stratégies de maintenance. En effet, ces études sont clairement orientées vers le domaine des Sciences Économiques et de Gestion par le biais de la question de l'investissement et trop peu vers le domaine du Génie Industriel pour lequel nous n'avons pas rencontré d'études comparables de la définition de stratégies d'acquisition d'information sur les nouvelles technologies pour l'actualisation de politiques de maintenance. De notre point de vue, l'intégration d'incertitudes sur le niveau de rentabilité de la nouvelle technologie améliorera la justesse de la décision de planification des opérations de maintenance. Elle devrait permettre en effet de limiter les erreurs ordinaires liées au manque de connaissance sur la nouvelle technologique dans un futur proche telles que la décision de renouvellement l'actif par la même technologie en fait quasi-obsolète ou encore la décision de reporter le projet de remplacement en attendant vainement une meilleure technologie.

L'approche que nous allons développer repose sur deux étapes. La première étape consiste à estimer le besoin d'acquisition d'une information supplémentaire en fonction de l'état de la situation globale. La seconde étape consiste à la décision sur le système en fonction du niveau d'information classique ou renforcé avec la problématique dans le cas d'ajout d'information de son intégration dans le modèle courant.

Le reste de ce chapitre est structuré comme suit : la section 8.2 est consacrée à la formulation mathématique. Sur la base de ce modèle, nous déduisons les propriétés structurelles des fonctions de valeurs et des politiques optimales par un ensemble de preuves analytiques. Dans la section 8.4, nous illustrons la performance de notre modèle à travers des exemples numériques. Enfin, une conclusion est discutée dans la section 8.5.

## 8.2 Formulation du modèle en prenant en compte le problème de l'acquisition d'information

Dans cette section, basé sur le modèle général proposé dans la section 7.2 du chapitre 7, nous allons développer un modèle qui nous permet de considérer l'option de l'acquisition d'information sur la performance de nouvelle technologie pour la décision de maintenance/ d'investissement.

### 8.2.1 Positionnement du problème de l'acquisition d'information

Dans ce chapitre, la caractérisation de la nouvelle technologie par le paramètre  $\theta_i \in \Theta$  représente le profit total estimé après investissement (après la soustraction du prix d'achat), où  $i$  caractérise donc le niveau du profit attendu. L'incertitude sur la valeur de  $\theta_i$  ou la croyance sur  $\theta_i$  est modélisée par la probabilité donnée une distribution de probabilité  $\pi^p$  sur l'ensemble des valeurs de  $\Theta$ . On suppose que cette distribution est stationnaire au cours du temps, alors  $p_{n,\theta_i} = \pi^p(\theta_i)$ . Cette distribution représente bien le niveau de connaissance du management vis-à-vis du marché.

On rappelle qu'on considère une seule nouvelle technologie qui peut apparaître sur un horizon d'étude  $N$ . Cette hypothèse conduit à considérer qu'après l'investissement dans la nouvelle technologie, le problème devient classique et stationnaire. Par ailleurs, les autres hypothèses de la section 7.2.1 sont conservées.

La différence avec le chapitre précédent consiste dans l'opportunité d'accroître sa connaissance sur le marché. Ainsi, au début de la période de décision, avant de choisir l'option appropriée ( $DN, M, I$  définies dans la section 7.3), le management décide ou non de recueillir des informations supplémentaires sur la performance de la nouvelle technologie. Le temps d'acquisition d'information est considéré comme négligeable. Le processus d'acquisition d'information est modélisé comme un processus d'actualisation bayésienne présenté dans les articles [US09, LM08] et décrit comme suit :

- Acquérir l'information ( $A$ ) : Le management paye le coût  $c_s$  pour obtenir une information  $s_j$ . Sachant la distribution de probabilité antérieure du niveau de profit,  $\pi^p$ , la probabilité prédictive de l'information  $s_j$ ,  $s_j \in S$  notée  $f(s_j; \pi^p)$  est donnée par :

$$f(s_j; \pi^p) = \sum_{\forall i} L(s_j|\theta_i) \pi^p(\theta_i) \quad (8.1)$$

pour laquelle  $L(s_j|\theta_i)$  est la fonction de vraisemblance ou probabilité d'obtenir l'information  $s_j$  sachant un niveau de profit attendu  $\theta_i$ .

Après avoir eu l'information  $s_j$ , le management met à jour sa croyance en priorité  $\pi^p$  par la règle de Bayes et obtient la loi a posteriori  $\pi'^p(\pi^p, s_j)$ , donnée par :

$$\pi'^p(\theta_i; \pi^p, s_j) = \frac{L(s_j|\theta_i) \pi^p(\theta_i)}{f(s_j; \pi^p)} \quad (8.2)$$

Sur la base de cette loi à posteriori, le management peut choisir l'une des options ( $DN, M, I$ ).

### 8.2.2 Formulation du modèle

Nous étendons le modèle de la section 7.2.2 en ajoutant comme variable d'état,  $\pi^p$ . Alors, on définit l'état du système par le couple  $(x, \pi^p)$ .

Soit  $V_n^N(x, \pi^p)$ ,  $\hat{V}(c_1, g)$ ,  $\tilde{V}(x)$  définis comme dans la section 7.2.2. Avec le facteur d'actualisation par l'unité de temps,  $r$ , on a :

$$V_n^N(x, \pi^p) = \max \{A_n^N(x, \pi^p), O_n^N(x, \pi^p)\} \quad (8.3)$$

Avec :

$$O_n^N(x, \pi^p) = \max \{DN_n^N(x, \pi^p), M_n^N(x, \pi^p)1_{\{x < x_M\}}, I_n^N(x, \pi^p)\} \quad (8.4)$$

$$A_n^N(x, \pi^p) = -c_s + \sum_j f(s_j; \pi^p) O_n^N(x, \pi'(\pi^p, s_j)) \quad (8.5)$$

Où  $DN_n^N(\cdot)$ ,  $M_n^N(\cdot)$  et  $I_n^N(\cdot)$  sont donnés par :

$$DN_n^N(x, \pi^p) = \begin{cases} G(x) + \\ e^{-r\tau} \left( \frac{(1 - p_n) \sum_{x'} P(x'|x) V_{n+1}^N(x', \pi^p) +}{p_n \sum_i \pi^p(\theta_i) \sum_{x'} P(x'|x) \hat{V}(x', \theta_i)} \right) \end{cases} \quad (8.6)$$

$$M_n^N(x, \pi^p) = -c_M(x) + DN_n^N(x_M, \pi^p) \quad (8.7)$$

$$I_n^N(x, \pi^p) = -c_0 + b(x) + DN_n^N(x_0, \pi^p) \quad (8.8)$$

$$(8.9)$$

Et

$$\hat{V}(x, \theta_i) = \max \left\{ \begin{array}{l} \widehat{DN}(x, \theta_i) = G(x) + e^{-r\tau} \sum_{x'} P(x'|x) \hat{V}(x', \theta_i) \\ \hat{M}(x, \theta_i) = -c_M(x) + \widehat{DN}(x_M, \theta_i); \forall x > x_M \\ \hat{I}(x, \theta_i) = \max \{ \tilde{I}(x), \theta_i + b(x) \} \end{array} \right\} \quad (8.10)$$

À la fin de l'horizon  $N$ , on ne considère plus la possibilité d'apparition de la nouvelle technologie sur le marché. Nous proposons de résoudre ce problème non stationnaire sur l'horizon fini via la procédure classique de l'Algorithme Backward dont nous détaillons le principe général en Annexe 1 de la partie VI.

La valeur terminale  $V_N^N(x)$  est alors égale à la valeur stationnaire  $\tilde{V}(x)$  donnée par l'Equation (7.6).

## 8.3 Analyse des propriétés structurelles

Dans cette section, nous étudions les propriétés structurelles de la fonction de valeur et de la politique optimale basée sur les variables d'état du système. Tout d'abord, nous allons rappeler le concept de la distribution de probabilité ou le processus de l'information "plus optimiste" avec la notion de "meilleure qualité" en fonction de l'ordre du rapport de vraisemblance noté par la suite ordre LR. Ensuite, nous déduirons les propriétés par rapport à cet ordre LR.



### 8.3.1 Propriétés de la distribution de probabilité et processus d'information

Nous utilisons les notations et définitions de Ulu & Smith ([US09]) pour l'ordre du rapport de vraisemblance et la propriété monotone du rapport de vraisemblance.

#### Définition 8.3.1.

1. Une probabilité  $\pi_2^p$  est supérieure à  $\pi_1^p$  suivant l'ordre du rapport de vraisemblance ( $\pi_2^p \succeq_{LR} \pi_1^p$ ) si et seulement si pour tout  $\theta_2 \geq \theta_1$ ,

$$\frac{\pi_2^p(\theta_2)}{\pi_1^p(\theta_2)} \geq \frac{\pi_2^p(\theta_1)}{\pi_1^p(\theta_1)}$$

2. Le processus d'information est monotone suivant l'ordre du rapport vraisemblance (MLR) si l'espace de signal est totalement ordonné et  $L(s|\theta_2) \succeq_{LR} L(s|\theta_1)$  pour tout  $\theta_2 \geq \theta_1$ . Autrement dit, pour tout  $s_2$  est plus favorable que  $s_1$  et  $\theta_2 \geq \theta_1$ , on a :

$$\frac{L(s_2|\theta_2)}{L(s_2|\theta_1)} \geq \frac{L(s_1|\theta_2)}{L(s_1|\theta_1)}$$

Notons que la dominance du rapport de vraisemblance (LR-dominance) implique la dominance stochastique de premier ordre (FSOD-dominance) mais l'inverse n'est pas vrai. On rappelle la définition de la FSOD-dominance :  $\pi_2^p \succeq_{FSOD} \pi_1^p$  si et seulement si pour toute fonction non-décroissante  $\phi(\theta)$ , on a :

$$\int \phi(\theta) \pi_2^p(\theta) d\theta \geq \int \phi(\theta) \pi_1^p(\theta) d\theta$$

**Corollaire 8.3.1.**  $\pi_2^p \succeq_{LR} \pi_1^p \Rightarrow \sum_{\theta} \pi_2^p(\theta) \phi(\theta) \geq \sum_{\theta} \pi_1^p(\theta) \phi(\theta)$  pour toute fonction non-décroissante  $\phi(\theta)$ .

D'autre part, en combinant ce corollaire 8.3.1 avec la propriété de MLR du processus d'information, on obtient :

#### Théorème 8.3.1.

1. Supposons donnée l'information  $s_j$ , la distribution de probabilité postérieure,  $\pi'^p(\pi^p, s_j)$  suit l'ordre LR si et seulement si la distribution de probabilité antérieure,  $\pi^p$ , suit l'ordre LR :  
 $\pi_2^p \succeq_{LR} \pi_1^p \Leftrightarrow \pi'^p(\pi_2^p, s_j) \succeq_{LR} \pi'^p(\pi_1^p, s_j) \quad \forall s_j \in S.$
2. Si le processus d'information a la propriété MLR,
  - Si une distribution de probabilité antérieure est meilleure d'une autre, elle sera alors plus informative :  
 $\pi_2^p \succeq_{LR} \pi_1^p \Rightarrow f(s_j; \pi_2^p) \succeq_{LR} f(s_j; \pi_1^p) \quad \forall s_j \in S$
  - Si une distribution de probabilité antérieure est meilleure qu'une autre, sa distribution de probabilité à posteriori le restera et réciproquement :  
 $\forall \pi, s_2 \geq s_1 \Leftrightarrow \pi'^p(\pi^p, s_2) \succeq_{LR} \pi'^p(\pi^p, s_1)$

Les démonstrations de ce théorème ne sont pas fournies ici mais elles sont présentées dans [US09].

### 8.3.2 Propriétés des fonctions de valeur et des politiques optimales

On rappelle que dans le cas où on ne considère pas l'évolution technologique ou bien que la nouvelle technologie soit déjà disponible sur le marché avec  $\theta_i$  connu, le problème devient classique et stationnaire. D'après le théorème 6.2.10 (pp.154) de [Put94], il existe alors une politique optimale déterministe et stationnaire pour ces problèmes.

En plus, comme les fonctions de récompense des actions sont bornées, leurs fonctions de valeur optimale  $\tilde{V}(x)$  et  $\hat{V}(x, \theta_i)$  convergent pour tout  $x$  et  $\theta_i$  :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \tilde{V}_n^*(x) = \tilde{V}_\infty^*(x) \quad \text{ou} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \hat{V}_n^*(x, \theta_i) = \hat{V}_\infty^*(x). \quad (8.11)$$

D'autre part, avec l'hypothèse :

**Supposition :**  $\sum_{x'=\varsigma}^\infty P(x'|x, a)$  est non décroissant dans  $x$  pour tout  $\varsigma, x \in X$ ,  $\forall a \in \mathcal{A} : \{1, 2, 3\}$  ;

il existe les propriétés monotones pour les fonctions de valeur  $\tilde{V}(x)$  et  $\hat{V}(x, \theta_i)$  ainsi que pour leurs politiques optimales associées.

#### Théorème 8.3.2.

1.  $\tilde{V}(x)$  (ou  $\hat{V}(x, \theta_i)$ ) est non-croissante dans  $x, \forall x \in X$  ;
2.  $\hat{V}(x, \theta_i)$  est non-décroissante dans  $\theta_i$  ;
3.  $\forall a \in \mathcal{A} : \{1, 2, 3\}$ , la politique optimale  $\pi_{\tilde{V}}(x)$  (ou  $\pi_{\hat{V}(x, \theta_i)}$ ) est non-décroissante dans  $x, \forall x \in X$  sous les deux conditions suivantes :
  - $\pi_{\tilde{V}}(x_M) = 1$  (ou  $\pi_{\hat{V}}(x_M, \theta_i) = 1$ )
  - $G(x_1) - G(x_2) \geq c_M(x_2) - c_M(x_1) \geq b(x_1) - b(x_2) \geq 0; \forall x_2 > x_1$ .

*Démonstration.* On les prouve par récurrence de la même manière que pour les Théorème 7.4.1 et Lemme 7.4.2 du Chapitre 7.  $\square$

Ensuite, on considère le problème non-stationnaire au cours du temps dans le cas de non-obsolence (la nouvelle technologie n'apparaît pas encore sur le marché). Sa fonction de valeur  $V_n^N(x, \pi^p)$  est monotone dans l'état du système  $(x, \pi^p)$ .

#### Théorème 8.3.3.

1.  $V_n^N(x, \pi^p)$  est non-croissante dans  $x, \forall x \in X$ .
2. Si le processus d'information a la propriété MLR, alors  $V_n^N(x, \pi^p)$  est non-décroissante dans  $\pi^p$  par rapport à l'ordre LR ( $\pi_2^p \succeq_{LR} \pi_1^p \Rightarrow V_n^N(x, \pi_2^p) \geq V_n^N(x, \pi_1^p)$ ).

*Démonstration.*

1. On prouve ce point par récurrence de la même façon que pour le Lemme 3.
2. On prouve ce point par récurrence.

Tout d'abord, à la dernière période de décision  $n = N$ , on a :

$$V_N^N(x, \pi^p) = \tilde{V}(x) \text{ pour tout } \pi^p.$$

Ainsi  $V_N^N(x, \pi^p)$  est non-décroissante dans  $\pi^p$  suivant l'ordre LR.

Ensuite, on suppose que  $V_{n+1}^N(x, \pi^p)$  est non-décroissante dans  $\pi^p$ .

On obtient :  $\sum_{x'} P(x'|x) V_{n+1}^N(x', \pi^p)$  est non-décroissant dans  $\pi^p$ .

D'après le Corollaire 8.3.1 et le Théorème 8.3.2, on a :

$\sum_{x'} P(x'|x) \sum_i \pi^p(\theta_i) \hat{V}(x', \theta_i)$  est non-décroissant dans  $\pi^p$

Ceci implique que  $DN_n^N(x, \pi^p)$  est non-décroissante dans  $\pi^p$  par rapport à l'ordre LR.

Et par conséquent ;  $M_n^N(x, \pi^p)$  et  $I_n^N(x, \pi^p)$  sont également non-décroissantes dans  $\pi^p$ .

Alors,  $O_n^N(\cdot)$  qui est la fonction maximale de  $(D_n^N(\cdot), M_n^N(\cdot), I_n^N(\cdot))$  est non-décroissante dans  $\pi^p$ .

Par ailleurs, le Théorème 8.3.1 dit que :

– la distribution de probabilité postérieure  $\pi^p(\pi^p, s_j)$  suit l'ordre LR parce que l'antérieur  $\pi^p$  suit l'ordre LR ;

– la fonction de distribution de l'information  $f(s_j; \pi^p)$  suit l'ordre LR :

$$f(s_j; \pi_2^p) \succeq_{LR} f(s_j; \pi_1^p) \quad \forall s_j \in S.$$

En combinant ceci avec la Corollaire 8.3.1, on obtient :

$\sum_j f(s_j; \pi^p) O_n^N(x, \pi^p(s_j))$  est non-décroissante dans  $\pi^p$  par rapport à l'ordre LR.

Autrement dit,  $A_n^N(x, \pi^p)$  est non-décroissante dans  $\pi^p$ .

De là,  $V_n^N(x, \pi^p)$  qui est la fonction maximale de  $(A_n^N(x, \pi^p)$  et  $O_n^N(x, \pi^p))$  est non-décroissante dans  $\pi^p$  par rapport à l'ordre LR.

□

D'autre part, d'après [HBS87] il existe une politique optimale de l'horizon d'étude périodique pour ce problème de MDP non-stationnaire. Autrement dit, il existe un horizon d'étude  $N$  qui est suffisamment large tel que pour tout horizon  $M$ ,  $M > N$  la politique optimale pour les premières périodes de décision ne change pas. En plus, comme les fonctions de récompense des actions sont bornées, la fonction de la valeur optimale  $V_n^N(\cdot)$  converge pour tous les états de système ( $x$  et  $\pi^p$ ) :

$$\lim_{N \rightarrow \infty} V_1^N(x, \pi^p) = V_1^\infty(x, \pi^p) \quad (8.12)$$

Dans la suite, on va démontrer la convexité de la fonction de valeur  $V_n^N(x, \pi^p)$  :

**Théorème 8.3.4.** *Pour tout  $n$ , la fonction de valeur  $V_n^N(x, \pi^p)$  est convexe dans  $\pi^p$  :*

$$V_n^N(x, \pi_\alpha^p) \leq \alpha V_n^N(x, \pi_1^p) + (1 - \alpha) V_n^N(x, \pi_2^p)$$

$$\text{où } \pi_\alpha^p = \alpha \pi_1^p + (1 - \alpha) \pi_2^p, \quad 0 \leq \alpha \leq 1$$

*Démonstration.* On le prouve par récurrence.

La valeur terminale  $V_N^N(x, \pi^p) = \tilde{V}(x)$  est trivialement convexe dans  $\pi^p$ .

Ensuite, on suppose que  $V_{n+1}^N(x, \pi^p)$  est convexe dans  $\pi^p$  :

$$V_{n+1}^N(x, \pi_\alpha^p) \leq \alpha V_{n+1}^N(x, \pi_1^p) + (1 - \alpha) V_{n+1}^N(x, \pi_2^p), \quad \forall x$$

On a :

$$\begin{aligned} DN_n^N(x, \pi_\alpha^p) &= G(x) + e^{-r\tau} \left( \begin{array}{l} (1 - p_n) \sum_{x'} P(x'|x) V_{n+1}^N(x', \pi_\alpha^p) + \\ p_n \sum_i \pi_\alpha^p(\theta_i) \sum_{x'} P(x'|x) \hat{V}(x', \theta_i) \end{array} \right) \\ &\leq \left\{ \begin{array}{l} G(x) + e^{-r\tau} \times \dots \\ \left( \begin{array}{l} (1 - p_n) \times \dots \\ \sum_{x'} P(x'|x) (\alpha V_{n+1}^N(x', \pi_1^p) + (1 - \alpha) V_{n+1}^N(x', \pi_2^p)) \\ + p_n \sum_i (\alpha \pi_1^p(\theta_i) + (1 - \alpha) \pi_2^p(\theta_i)) \sum_{x'} P(x'|x) \hat{V}(x', \theta_i) \end{array} \right) \end{array} \right\} \\ &= \alpha DN_n^N(x, \pi_1^p) + (1 - \alpha) DN_n^N(x, \pi_2^p) \end{aligned}$$

Grâce à la convexité de  $DN_n^N(x, \pi^p)$  dans  $\pi^p$ , on déduit facilement que  $M_n^N(x, \pi^p)$  et  $I_n^N(x, \pi^p)$  sont convexes dans  $\pi^p$ .

S'en suit que  $O_n^N(\cdot) = \max\{DN_n^N(\cdot), M_n^N(\cdot), I_n^N(\cdot)\}$  est convexe dans  $\pi^p$ .

Ensuite, on considère la convexité de  $A_n^N(x, \pi^p)$ .

On a :  $f(s_j; \pi_\alpha^p) = \alpha f(s_j; \pi_1^p) + (1 - \alpha)f(s_j; \pi_2^p)$

De façon similaire à [US09], la distribution de probabilité postérieure  $\pi'^p(\pi_\alpha^p, s_j)$  peut être écrite par :

$$\begin{aligned} \pi'^p(\theta_i; \pi_\alpha^p, s_j) &= \gamma(s_j)\pi'^p(\theta_i; \pi_1^p, s_j) + (1 - \gamma(s_j))\pi'^p(\theta_i; \pi_2^p, s_j) \\ \text{où } \gamma(s_j) &= \alpha \frac{f(s_j; \pi_1^p)}{f(s_j; \pi_\alpha^p)}; \quad 1 - \gamma(s_j) = (1 - \alpha) \frac{f(s_j; \pi_2^p)}{f(s_j; \pi_\alpha^p)} \end{aligned}$$

Alors,

$$\begin{aligned} A_n^N(x, \pi_\alpha^p) &= -c_s + \sum_j f(s_j; \pi_\alpha^p) O_n^N(x, \pi'^p(\pi_\alpha^p, s_j)) \\ &= -c_s + \sum_i f(s_j; \pi_\alpha^p) O_n^N(x, \gamma(s_j)\pi'^p(\pi_1^p, s_j) + (1 - \gamma(s_j))\pi'^p(\pi_2^p, s_j)) \\ &\leq -c_s + \sum_j \gamma(s_j) f(s_j; \pi_\alpha^p) O_n^N(x, \pi'^p(\pi_1^p, s_j)) \\ &\quad + \sum_j (1 - \gamma(s_j)) f(s_j; \pi_\alpha^p) O_n^N(x, \pi'^p(\pi_2^p, s_j)) \\ &= -c_s + \alpha \sum_j f(s_j; \pi_1^p) O_n^N(x, \pi'^p(\pi_1^p, s_j)) \\ &\quad + (1 - \alpha) \sum_j f(s_j; \pi_2^p) O_n^N(x, \pi'^p(\pi_2^p, s_j)) \\ &= \alpha A_n^N(x, \pi_1^p) + (1 - \alpha) A_n^N(x, \pi_2^p). \end{aligned}$$

Grâce à la convexité de  $A_n^N(x, \pi^p)$  et  $O_n^N(x, \pi^p)$  en  $\pi^p$ , on déduit que  $V_n^N(x, \pi^p)$  est convexe dans  $\pi^p$ .  $\square$

D'après la convexité de la fonction de valeur,  $V_n^N(x, \pi^p)$  on obtient directement les corollaires suivants :

### Corollaire 8.3.2.

1. Si l'acquisition de l'information est gratuite, on va toujours chercher à obtenir l'information au début de chaque période de décision.
2. Dans le cas où l'information est parfaite, si il est optimal d'acquérir l'information à  $\pi_1^p$  et  $\pi_2^p$  ( $\pi_1^p \preceq_{LR} \pi_2^p$ ), alors il sera également optimal d'acquérir l'information pour tout  $\pi_\alpha^p = \alpha\pi_1^p + (1 - \alpha)\pi_2^p$ , où  $0 \leq \alpha \leq 1$ .

*Démonstration.*

1. Comme  $O_n^N(x, \pi^p)$  est convexe en  $\pi^p$  pour un état de dégradation donné  $x$ , alors d'après l'inéquation Jensen pour une fonction convexe, on a :

$$\sum_j f(s_j; \pi^p) O_n^N(x, \pi'^p) \geq O_n^N(x, \sum_j f(s_j; \pi^p) \pi'^p)$$

Rappelons que :

$$\begin{aligned}\sum_j f(s_j; \pi^p) \pi'^p(\theta_i; \pi^p, s_j) &= \sum_j f(s_j; \pi^p) \frac{L(s_j | \theta_i) \pi^p(\theta_i)}{f(s_j; \pi^p)} \\ &= \pi^p(\theta_i)\end{aligned}$$

Ainsi,  $\sum_j f(s_j; \pi^p) O_n^N(x, \pi'^p) \geq O_n^N(x, \pi^p)$ .

Autrement dit,  $A_n^N(x, \pi^p) \geq O_n^N(x, \pi^p)$  lorsque  $c_s = 0$

2. Après acquisition de l'information supposée parfaite  $s_j$ , on sait exactement le niveau de performance  $\theta_i$  de la nouvelle technologie. La distribution de probabilité postérieure  $\pi'^p$  devient le vecteur unitaire  $e_i$  défini par :

$$e_i = \{0 \quad 0 \quad \dots \quad 1 \text{ à l'indice } i \quad \dots \quad 0\}.$$

Remarquons que, dans le cas où la dimension de l'espace d'information  $S$  n'est pas égale à la dimension de l'espace de niveau de profit  $\Theta$ , une information parfaite  $s_j$  est relative à un seul niveau de performance  $\theta_i$  mais un niveau de performance  $\theta_i$  peut être annoncée par plusieurs informations.

Par ailleurs,  $e_i$  ne dépend que de l'information  $s_j$  et est indépendant de la distribution de probabilité antérieure  $\pi^p$ . Alors on remplace  $\pi'^p(\pi^p, s_j)$  par  $e_i(s_j)$ .

Comme  $f(s_j; \pi_\alpha^p) = \alpha f(s_j; \pi_1^p) + (1 - \alpha) f(s_j; \pi_2^p)$ , on a :

$$\begin{aligned}\alpha A_n^N(x, \pi_1^p) + (1 - \alpha) A_n^N(x, \pi_2^p) &= -c_s + \sum_j \alpha f(s_j; \pi_1^p) O_n^N(x, e_i(s_j)) \\ &\quad + \sum_j (1 - \alpha) f(s_j; \pi_2^p) O_n^N(x, e_i(s_j)) \\ &= -c_s + \sum_j f(s_j; \pi_\alpha^p) O_n^N(x, e_i(s_j)) \\ &= A_n^N(x, \pi_\alpha^p)\end{aligned}$$

En outre, d'après l'hypothèse, on a :

$$\begin{aligned}A_n^N(x, \pi_1^p) &\geq O_n^N(x, \pi_1^p) \\ A_n^N(x, \pi_2^p) &\geq O_n^N(x, \pi_2^p)\end{aligned}$$

En multipliant respectivement les deux inéquations par  $\alpha$  et  $1 - \alpha$ , et en les sommant, on obtient :

$$A_n^N(x, \pi_\alpha^p) \geq \alpha O_n^N(x, \pi_1^p) + (1 - \alpha) O_n^N(x, \pi_2^p)$$

Grâce à la convexité de  $O_n^N(x, \pi^p)$ , on a :

$$\alpha O_n^N(x, \pi_1^p) + (1 - \alpha) O_n^N(x, \pi_2^p) \geq O_n^N(x, \pi_\alpha^p)$$

Et ainsi, on déduit le résultat final :

$$A_n^N(x, \pi_\alpha^p) \geq O_n^N(x, \pi_\alpha^p).$$

□

## 8.4 Exemples numériques

Dans cette section, nous allons présenter des exemples numériques pour illustrer les performances de notre modèle.

### 8.4.1 Paramètres d'entrée

Considérons un actif qui comprend cinq niveaux de dégradation, l'état défaillant  $m = 5$ . Après une action de maintenance, le système est restauré à  $x_M = 2$ . Le profit cumulé  $G$  dans une période de décision est fonction du niveau de dégradation et la matrice  $P$  de probabilité de transition associée sont respectivement :

$$G = [200 \quad 160 \quad 100 \quad 20 \quad -70]$$

$$P = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.8 & 0.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.8 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Le coût de maintenance est une fonction croissante en l'état tandis que la valeur résiduelle est une décroissante. Avec les constantes  $\nu$ ,  $h_1$ ,  $h_2$  données dans le Tableau 8.1, on les définit comme suit :

$$\begin{aligned} c_M(x) &= \nu + h_1(x - x_M) \\ b(x) &= h_2(m - x) \end{aligned}$$

La probabilité d'apparition de la nouvelle technologie est conservée et est donnée par l'Equation (7.10).

On suppose que la nouvelle technologie apparaîtra avec deux niveaux de profit  $\theta_1 < \theta_2$ . Associés à ces niveaux de profit, on considère deux types d'informations  $s_j$  ( $s_2$  est plus favorable que  $s_1$ ).

La fonction de vraisemblance  $L(s_j|\theta_i)$  avec les constantes  $a_1$ ,  $a_2$  est donnée par la matrice suivante :

$$L = \begin{bmatrix} L(s_1|\theta_1) & L(s_2|\theta_1) \\ L(s_1|\theta_2) & L(s_2|\theta_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & 1 - a_1 \\ 1 - a_2 & a_2 \end{bmatrix}$$

On choisit arbitrairement les paramètres pour les exemples numériques :

TABLE 8.1 – Paramètres d'entrée pour Exemples numériques

Facteur d'actualisation & Probabilité d'apparition	$\beta$	$\epsilon$	$\delta$
	0.9	0.7	0.98
Coût de maintenance & Valeur résiduelle	$\nu$	$h_1$	$h_2$
	80	50	20
Prix d'achat de courant tech & profit de nouvelle tech	$c_0$	$\theta_1$	$\theta_2$
	400	1200	2100

### 8.4.2 Analyse des Exemples numériques

Avec l'horizon du temps  $N = 100$  et les paramètres d'entrée donnés dans le Tableau 8.1, dans le cas obsoléscent où la nouvelle technologie est déjà apparue, la politique optimale de maintenance/ remplacement prescrit :

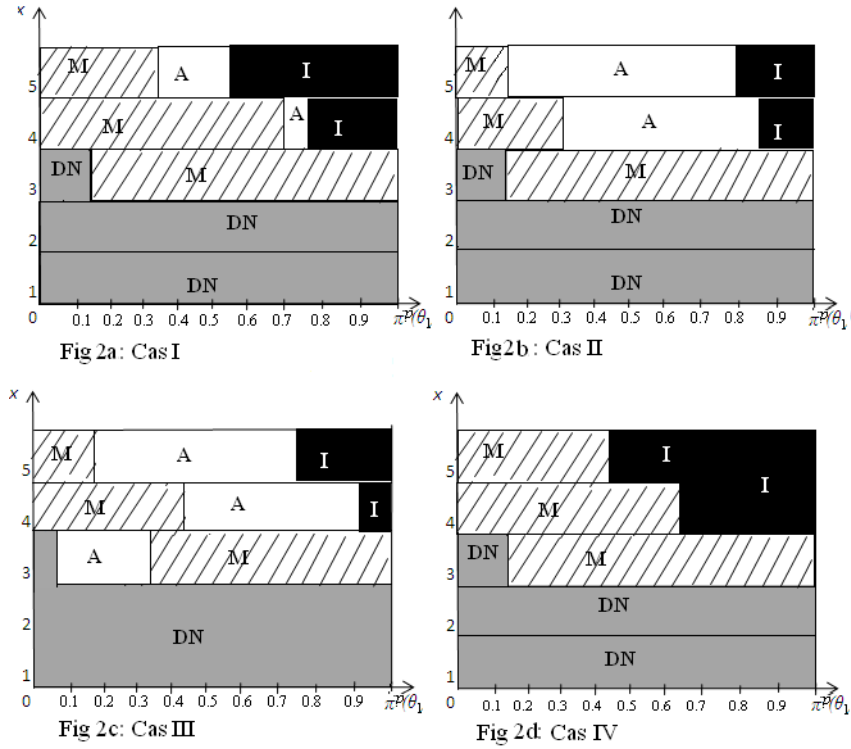


FIGURE 8.1 – Politiques optimales

- Après l'apparition de la nouvelle technologie avec le niveau de profit  $\theta_1 = 1200$ , on ne fait rien lorsque l'état  $x = 1$  ou  $2$  et on remplace l'actif par la nouvelle technologie dès que  $x \geq 3$ .
- Après l'apparition de la nouvelle technologie avec le niveau de profit  $\theta_1 = 2100$ , on remplace immédiatement l'actif par la nouvelle technologie quelque soit l'état de dégradation.

Dans le cas de non obsolescence où la nouvelle technologie n'est pas encore disponible, la politique dépend également de la période de décision. La Figure 8.1 illustre la politique optimale pour la première période de décision dans les cas définis comme suit :

- Cas I : Information imparfaite avec le coût d'acquisition  $c_s = 10$  et la fonction de vraisemblance ( $L$ ) définie par  $a_1 = a_2 = 0.8$
- Cas II : Information parfaite avec le coût d'acquisition  $c_s = 10$  ( $a_1 = a_2 = 1$ ).
- Cas III : Information imparfaite avec le faible coût d'achat  $c_s = 1$  et la fonction de vraisemblance ( $L$ ) définie par  $a_1 = a_2 = 0.8$
- Cas IV : Information de mauvaise qualité et la fonction de vraisemblance ( $L$ ) définie par  $a_1 = a_2 = 0.5$

Pour chaque sous-figure de Figure 8.1, l'option optimale choisie dans l'ensemble des actions  $\{A - \text{Acquisition de l'information}, DN - \text{Ne rien faire}, M - \text{Maintenance}, I - \text{Investissement de remplacement}\}$  est une fonction de l'état actuel de dégradation,  $x$  (l'axe vertical), et de la probabilité que l'amélioration de la nouvelle technologie ne soit pas importante,  $\pi^p(\theta_1)$  (axe horizontal).

Considérons la Figure 8.1, lorsque la valeur de  $\pi^p(\theta_1)$  est faible, l'option de maintenance est utilisée comme une option d'attente d'une nouvelle technologie à fort profit. Lorsque la valeur de  $\pi^p(\theta_1)$  croît, on voit progressivement l'intérêt

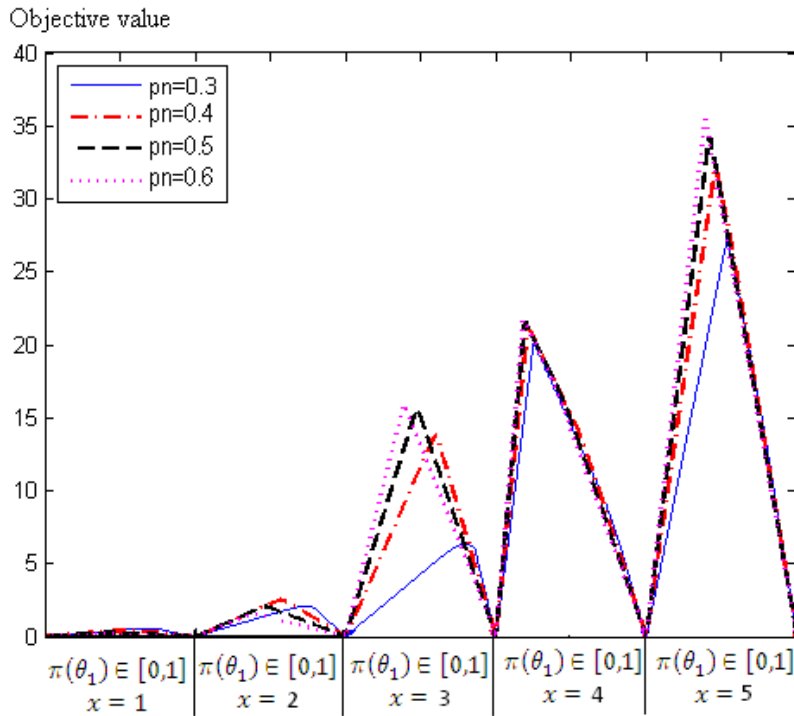


FIGURE 8.2 – Impact de la probabilité d’apparition de la nouvelle technologie sur la valeur de  $A$

d’acheter de l’information, région  $A$ , et de remplacer, région (I).

Ensuite, on considère l’impact de la qualité de l’information sur la politique optimale. Considérons la région  $A$  dans les Figures 1a, 1b, 1d de la Figure 8.1, on trouve que l’augmentation de la qualité de l’information élargit la région d’acquisition d’information. En effet, la région  $A$  dans le cas de l’information parfaite (Fig. 1b de Figure 8.1) est la région la plus grande tandis que dans le cas de l’information ayant la qualité faible (Fig. 1c de Figure 8.1), la politique optimale prescrit de ne pas acheter l’information, même si son coût est moins cher. De plus, une diminution des coûts d’information élargit également la région  $A$ . Par exemple, dans la Fig. 1c de la Figure 8.1, la région  $A$  n’est pas seulement plus grande que celle de Fig. 1a de Figure 8.1 à  $x = 4, 5$  mais encore apparaît plus tôt à  $x = 3$ .

Enfin, on examine l’impact de la probabilité d’apparition de la nouvelle technologie sur la valeur de l’acquisition d’information (option  $A$ ). La Figure 8.2 présente la différence entre les valeurs maximales dans les cas respectifs de prise en compte ou non de l’option d’acquisition de l’information  $A$ . C’est également la valeur de l’option  $A$ . On trouve alors que grâce à l’option  $A$ , la fonction objectif de la valeur maximale est renforcée. En outre, la probabilité d’apparition de la nouvelle technologie a un impact significatif sur la valeur de l’option  $A$ . Cependant, à travers les états de dégradation  $x$ , cet impact est non-monotone. Les courbes de la Figure 8.2 sont divisées en cinq parties correspondant aux cinq états de dégradation  $x$ . On trouve que, si  $x = 5$ , la valeur de  $A$  est une fonction croissante dans la probabilité d’apparition de nouvelle technologie ( $p_n$ ). Cependant, si  $x = 2$ , la fonction de valeur de  $A$  est non monotone : croissante de  $p_n = 0.3$  à  $p_n = 0.4$  et décroissante quand  $p_n$  augmente de 0,4 jusqu’à 0,6.



Ainsi, on prouve par cet exemple numérique, que le résultat fort intéressant suivant : l'augmentation de la probabilité d'apparition de la nouvelle technologie n'implique pas nécessairement une augmentation de la valeur de l'option  $A$ .

## 8.5 Conclusion

Dans ce chapitre, on a proposé un modèle pour prendre en compte l'option d'acquisition d'information pour le problème de maintenance / investissement de remplacement du système de détérioration stochastique sous l'évolution technologique. Il détermine la stratégie de maintenance basée sur un paramètre de performance du système. De plus, il étudie l'opportunité de l'acquisition d'information sur la rentabilité de nouvelle technologie ainsi d'examiner l'impact du changement technologique sur la planification de l'action, même si le moment de ce changement n'arrive pas encore.

Par une formulation analytique, on a déduit la propriété de monotonie et la convexité des fonctions de valeur en l'ordre du rapport de vraisemblance de la distribution de probabilité du niveau de performance de la nouvelle technologie. Enfin, on a illustré les performances de notre modèle et étudié l'influence de la qualité de l'information et de la probabilité d'apparition de la nouvelle technologie sur les décisions optimales à travers les exemples numériques. Grâce à ces résultats, on a montré l'importance de l'option de l'acquisition d'information pour la planification de la stratégie de maintenance / investissement. En fait, l'option d'achat d'information contribue significativement à améliorer la fonction de valeur maximale, surtout lorsque celle-ci est de meilleure qualité ou à moindre coût. D'autre part, nous avons montré un résultat non trivial, à savoir que l'augmentation de la probabilité d'apparition de la nouvelle technologie n'implique pas la nécessité de l'acquisition de l'information.

Les résultats de ce chapitre ont été partiellement présentés dans [NCY12a] et publiés dans [NCY12b].





## Conclusion générale



# Conclusion générale

Les travaux présentés dans ce mémoire s'inscrivent dans le processus d'amélioration de la considération de maintenance en tant que vecteur de gain économique au niveau de l'organisation industrielle. Nous nous sommes principalement attaché à développer de nouveaux modèles décisionnels pour prendre en compte de manière simultanée les aspects investissement comme potentiel d'amélioration des performances du système (ceci se situant au niveau stratégique) et les aspects optimisation des performances à un niveau plus opérationnel.

Une première analyse des méthodes d'ingénierie de maintenance nous a permis de souligner cette évolution de la maintenance qui, d'une part, ne peut pas être restreinte à la seule optimisation de la décision d'entretien en fonction de son niveau de fonctionnement et, d'autre part, est une des clés de management des entreprises en termes de définition des plans d'investissement et donc d'accroissement du potentiel économique de l'entreprise. Nous avons ensuite cherché à voir comment les modèles mathématiques disponibles dans la littérature de l'optimisation de la maintenance se positionnent sur ces problématiques.

La première conclusion est que les problématiques soulignées ci-dessus restent très majoritairement abordées de manière indépendante, voire par deux communautés scientifiques à savoir une communauté orientée Génie Industriel et une autre plutôt Sciences de Gestion. Dans le contexte du Génie Industriel, on peut voir une recherche intensive pour fournir des modèles appropriés à la description de phénomènes de détérioration et de défaillance afin de définir des politiques de maintenance efficaces. Peu d'entre eux, cependant, cherchent à optimiser ces politiques en prenant en compte des processus connexes tels que la disponibilité des ressources matérielles et humaines. L'hypothèse principale de ces modèles est une définition stationnaire des systèmes à maintenir, ne permettant pas alors d'appréhender l'investissement dans de nouvelles générations technologiques de ces systèmes en termes de potentiel d'amélioration de performances fiabilistes, par exemple. Ces aspects investissement sont clairement abordés dans le contexte des Sciences de Gestion. Les modèles proposés permettent d'intégrer notamment la volatilité d'un marché liée notamment aux incertitudes sur les technologies à venir. Cependant, les modélisations rencontrées considèrent la composante maintenance uniquement en termes de flux financiers continus. De telles approches peuvent être vues comme réductrices pour la maintenance dans le sens où elles ne cherchent pas à optimiser la décision de maintenance et l'intègrent directement par le biais des paramètres du processus stochastiques associés. Par ailleurs, elles ne permettent pas de prendre en compte la diversité des décisions de maintenance abordée par les modèles de maintenance basés sur la détérioration.

La deuxième conclusion est liée aux approches qui prennent en considération l'aspect évolution technologique dans la décision de maintenance. L'évolution de

la technologie se traduit par la définition d'un niveau d'obsolescence du matériel actuel. La plupart des articles rencontrés se concentre sur le problème d'obsolescence objective liée principalement à l'incompatibilité des différentes technologies entre elles. Lorsqu'une technologie apparaît, il devient alors impératif d'investir dans cette dernière. La problématique générale de ces modèles est alors la définition de la date d'investissement liée à la mise sur le marché d'une nouvelle technologie. Quelques articles abordent la problématique d'obsolescence subjective liée aux questions de performances actuelles et espérées en considérant la nature incertaine des performances fonctionnelles et économiques des technologies à venir. Le problème de décision est alors la date d'investissement mais aussi le choix de la technologie, la technologie la plus avancée pouvant ne pas être la mieux adaptée. Les questions soulevées dans ce contexte sont la définition et le contrôle du niveau d'obsolescence du système actuel, certes par le saut technologique mais aussi par le biais de la maintenance. D'autre part, il peut être intéressé de maîtriser le niveau de connaissance des technologies à venir tandis que la majorité des travaux rencontrés ne cherchant pas à évaluer ce niveau sur la prise de décision.

Ces constats nous ont motivés pour développer de nouveaux modèles afin de répondre d'une manière simultanée aux besoins opérationnels et stratégiques de la maintenance. Dans ce cadre, nous nous sommes concentrés à définir un ensemble de politiques optimales de maintenance et d'investissement dans de nouveaux systèmes sous une évolution technologique séquentielle, et à examiner l'impact d'un saut technologique sur les décisions.

Au niveau de l'approche de modélisation et d'optimisation des décisions, nous cherchons à appliquer le concept des options réelles, un outil emprunté au domaine financier offrant une flexibilité de décision dans des contextes incertains d'investissement. Nous avons utilisé plusieurs options telles que :

- l'option *Ne rien faire* vue comme une option d'attente d'une réparation ou d'un investissement,
- l'option *réparer* définie comme l'option de modification de la taille d'opération vis-à-vis d'un investissement initial dans l'actif courant
- l'option *investir* dans une technologie intermédiaire qui peut être vue comme une option d'attente d'un véritable saut technologique.

Afin d'évaluer ces options, nous avons utilisé une approche de programmation dynamique en formulant le modèle comme un processus de décision Markovien (MDP) non stationnaire. Cette approche nous a permis d'évaluer les options d'activités à un instant donné en fonction des décisions prises sur un horizon de temps fini. Nous avons ainsi mis en évidence diverses relations entre la décision de maintenance et investissement lorsque les évolutions technologiques ne sont pas connues. Par ailleurs, nous avons analysé les effets de la taille de l'horizon sur la décision optimale et cherché alors à définir la taille de cet horizon pour rendre la décision optimale robuste. Nous avons déployé cette approche *options réelles* sur plusieurs cas, notamment en fonction de la fréquence d'évolution des technologies.

En premier lieu, nous avons cherché à montrer l'intérêt de l'opportunité de maintenance pour repousser la décision d'investissement afin de bénéficier de la meilleure technologie à venir, la meilleure étant celle qui présente le meilleur ratio coût d'acquisition et performance attendue à un instant donné. Pour se faire, nous avons construit un modèle d'optimisation qui définit la décision sur, d'une part, les

performances mesurées du système actuel et, d'autre part, sur une séquence technologique pour laquelle les différentes évolutions apparaissent de manière aléatoire. Nous avons par ailleurs cherché à poser des hypothèses réalistes telles que la dépréciation du prix d'achat des systèmes une fois leur apparition sur le marché ou encore la définition du prix de revente en fonction de la technologie et du niveau de performance du système à renouveler. Les conclusions principales identifiées par expérimentation numérique sont :

- Dans le cas où l'amélioration technologique est significative devant l'augmentation du prix d'achat,
  - un investissement sera toujours effectué dans la dernière génération technologique disponible ;
  - considérer des nouvelles technologies peut entraîner la perte de la monotonie de la politique optimale dans le sens croissant des états de dégradation, i.e. un investissement peut être réalisé pour un système moins dégradé qu'un autre, à technologie équivalente ;
  - un écart important entre générations de technologie entraîne un remplacement anticipé ;
  - la tendance à retarder la décision de remplacement pour une éventuelle nouvelle technologie est vérifiée.
- Si le prix d'achat devient significatif devant l'amélioration technologique, on cherchera le meilleur compromis entre les différentes technologies et non plus l'investissement automatique dans la dernière génération.
- Pour des améliorations technologiques *mineures*, la politique optimale préconise toujours le maintien ou le renouvellement par la technologie au prix le plus bas.

Dans un second temps, nous avons étendu notre étude pour mesurer l'influence des niveaux de stock de pièces de rechange sur les politiques de maintenance et d'investissement. Ceci nous permet de nous rapprocher d'hypothèses plus réalistes sur les pratiques de maintenance. Afin de bien clarifier les relations entre maintenance, stock et investissement, nous avons choisi d'intégrer le problème d'obsolescence objective, à savoir l'incompatibilité des pièces de rechange suivant les générations technologiques. Nous sommes conscients des limites des conclusions que nous avons obtenues du fait de certaines hypothèses telles qu'un niveau de stock constant quelle que soit la technologie choisie mais nous restons persuadés de leur intérêt, à savoir :

- Lorsque l'obsolescence n'est pas encore avérée, on privilégie l'option de maintenance consommant un nombre limité de pièces de rechange, le remplacement n'étant effectué que pour renouveler ce stock lorsqu'il devient critique.
- Lorsque l'obsolescence est avérée, les conclusions diffèrent en fonction du niveau d'amélioration technologique et de la vélocité du marché :
  - Lorsque l'amélioration technologique est importante, l'investissement dans la dernière génération technologique est privilégié indépendamment de la ressource de maintenance ;
  - Lorsque cette amélioration est moindre, on attachera plus d'importance à la gestion des ressources de maintenance ce qui permettra ainsi de garantir un certain niveau de profit. La question de l'investissement ne se posera alors que pour deux cas. Le premier est lié à la décision de réapprovisionnement de pièces de rechange ne pouvant ainsi plus garantir une remise à neuf

du système courant. Le second cas est, a contrario, lorsque le niveau de stock est élevé, assurant par là une valeur résiduelle de revente élevée, et minimisant de facto le coût d'investissement.

- Lorsque la fréquence d'évolution technologique est rapide, on cherchera à attendre au maximum l'apparition d'une technologie toujours plus efficace, les options *ne rien faire* et *réparation* jouant alors le jeu de variables d'ajustement.

Jusque là, nous nous étions intéressés à des cas de séquences technologiques. Cette hypothèse ne permet pas, au vu du nombre de paramètres à prendre en compte, à bien mettre en évidence les notions de rupture technologique et du comportement du décideur en fonction de ce saut technologique. Nous avons cherché à mettre en évidence l'importance de l'option *maintenir* dans les politiques d'investissement en s'intéressant à l'arrivée possible sur le marché d'une seule nouvelle génération pour laquelle le prix d'achat de cette dernière devient incertain. La restriction à une seule nouvelle génération nous a permis d'apporter des preuves quant aux propriétés de monotonie des politiques optimales, le bénéfice de l'option de maintien en fonction de la valeur du prix d'achat et la proposition d'un algorithme pour la définition de l'horizon d'étude pour assurer l'optimalité des décisions. Par ailleurs, une analyse systématique de l'impact des différents paramètres nous a permis de proposer les conclusions suivantes pour les politiques optimales :

- Lorsque l'arrivée d'une nouvelle technologie est fortement pressentie, l'option de maintenance sera privilégiée pour prolonger la vie économique du système actuel ;
- Lorsque l'obsolescence n'est pas encore avérée, l'amélioration de l'efficacité de maintenance est encouragée car elle permet de différer le remplacement pour attendre une meilleure technologie.
- Lorsque l'obsolescence est avérée, il n'est pas nécessaire d'améliorer l'efficacité de maintenance : on investira dans la nouvelle technologie. D'autre part, au cas où le prix d'achat de la nouvelle technologie est trop élevé, la valeur de l'option de maintenance est renforcée.

Enfin, dans un dernier temps, nous nous sommes intéressés à l'impact de la qualité de l'information sur la nouvelle technologie et la possibilité de pouvoir ponctuellement réduire l'incertitude autour de celle-ci. Le modèle proposé permet ainsi de définir dans un premier temps si le niveau courant de connaissance du marché est suffisant avant de définir l'action optimale à mettre en place. Suite à la définition de l'ordre du rapport de vraisemblance de la distribution de probabilité du niveau de performance de la nouvelle technologie, nous avons prouvé de manière analytique la propriété de monotonie et la convexité des fonctions de valeur. Nous avons renforcé notre analyse sur les performances du modèle et l'influence de la qualité de l'information et de la probabilité d'apparition de la nouvelle technologie sur les décisions optimales à travers des exemples numériques. Les conclusions de ces analyses sont :

- On aura tendance à acquérir de l'information supplémentaire pour des faibles coûts, surtout lorsque la connaissance courante est jugée très faible (mesurée par la qualité de la nouvelle information).
- L'augmentation de la probabilité d'apparition de la nouvelle technologie n'implique pas nécessairement une augmentation de la valeur de l'option d'acqui-



sition d'information. Cet impact dépend également des états de dégradation.

Les perspectives d'extensions de ces travaux sont les suivantes :

- Tout d'abord, nous pouvons discuter de la pertinence du choix de modélisation du niveau de rentabilité du système. Dans notre travail, pour intégrer l'aspect incertitude du marché, on a utilisé le mouvement Brownien avec une dérive  $\mu$ , caractérisant la diminution de la performance technique de la machine liée à la dégradation, constante au cours du temps. Ceci traduit une relation directe entre performances commerciales modélisées par le biais du profit et l'état de dégradation du système. Cette hypothèse est de notre point de vue restrictive. Il pourrait être intéressant d'ajouter de l'incertitude dans cette relation en utilisant par exemple des processus stochastiques *composés* tels que le processus Variance Gamma pour lequel le processus subordonneur est un processus gamma caractérisant le processus de dégradation et le mouvement Brownien associé à la volatilité du marché. Une telle modélisation nous semble plus réaliste dans le sens où l'intervention de maintenance agit directement sur l'état du système sans changer la nature du marché. Par ailleurs, la modélisation des multiples effets de réparation sur le système pourrait être considérée.
- Une autre orientation de nos travaux pourrait être de considérer une réelle politique de gestion des pièces de rechange avec l'optimisation conjointe de la gestion de stock et des politiques de maintenance et d'investissement. Par ailleurs, il pourrait être intéressant de considérer les contraintes de budget et la capacité finie de la production. L'intérêt de ces combinaisons est de saisir l'évolution de la conception de maintenance définie comme un processus à optimiser au niveau de l'entreprise et ainsi d'examiner conjointement les stratégies de fonctionnement de l'entreprise en combinant stratégie d'entretien, stratégie d'investissement, gestion des stocks, etc.
- D'autre part, il peut être intéressant de chercher à modéliser l'évolution technologique qui comprend à la fois sauts technologiques aléatoires et légères améliorations, le saut technologique pouvant engendrer l'obsolescence des pièces de rechange alors qu'aucun d'incompatibilité n'est à considérer pour de simples évolutions.
- Ce travail examine le rapprochement entre la maintenance et l'investissement. Pourtant, l'aspect d'incertitude de l'investissement est limité dans la considération du changement technologique. Dans le futur, on pourrait étudier les problèmes pratiques lors d'une ouverture de portefeuilles d'investissement tels que les politiques d'impôt ainsi que leur incertitude ou le changement du facteur d'actualisation.
- Enfin, sur le champ de l'intégration du concept d'*options réelles* dans les problèmes de maintenance, notre travail peut être vu comme un travail préliminaire dans le sens où nous avons restreint le nombre d'options. Une des options qu'il pourrait être envisageable d'étudier en premier lieu est l'option d'échange. Dans ce contexte, on suppose, par exemple, que deux types de technologie évoluent dans le temps. Un choix d'une technologie donnée ouvre la possibilité d'accès à un prix moindre aux évolutions successives de cette même technologie tout en conservant un *potentiel* de maintenance (par exemple, les pièces de rechange restent compatibles entre les diverses générations). Cependant, il reste toujours possible à tout moment mais à un coût

de plus en plus élevé d'en changer et de perdre le potentiel de maintenance associée à l'ancienne technologie.



## **Annexe**



# Annexe 1 : Algorithme Backward

D'après [Put94], la récurrence Backward est une méthode efficace pour résoudre un processus de décision markovien discret sur un horizon fini. Il rend les politiques optimales à chaque instant pour chaque état ainsi que les fonctions de valeurs associées. L'algorithme est classique et nous le présentons ici dans sa version la plus simple, l'objectif de cette annexe étant à but pédagogique à des fins d'utilisation.

Soient  $\lambda$ , le facteur d'actualisation ( $0 \leq \lambda \leq 1$ ) et  $S$ , l'ensemble des états du système ;  $S$  est fini ou dénombrable.

Au début de chaque période de décision  $n$ , basé sur l'état du système,  $s$ ,  $s \in S$  on peut choisir une action  $a$  de l'ensemble des actions possibles correspondant à l'état  $s$ ,  $\mathcal{A}_s$  (soit  $\mathcal{A} = \cup_{s \in S} \mathcal{A}_s$ ).

Comme résultat de ce choix, on reçoit une récompense immédiate  $r_n(s, a)$ , ( $r_n(s, a) < \infty$ ), et une transition s'opère vers un nouvel état au début de la période suivante donnée par une probabilité de transition  $p_n(\cdot | s, a)$ .

La fonction de valeur maximale  $V_1^*(s_1)$  est calculée par l'algorithme Backward comme suit :

Étape 1  $n = N$ , on attribue :

$$V_1^*(s_N) = r_N(s_N) \quad \text{pour tout } s_N \in S$$

Étape 2  $N = N - 1$ , on calcule  $V_n^*(s_n)$  pour chaque  $s_n \in S$  par :

$$\begin{aligned} V_n^*(s_n) &= \max_{a \in \mathcal{A}_{s_n}} \{r_n(s_n, a) + \lambda \sum_{j \in S} p_n(j | s_n, a) V_{n+1}^*(j)\} \\ \mathcal{A}_{s_n, n}^* &= \arg \max_{a \in \mathcal{A}_{s_n}} \{r_n(s_n, a) + \lambda \sum_{j \in S} p_n(j | s_n, a) V_{n+1}^*(j)\} \end{aligned}$$

Étape 3 Si  $n = 1$ , STOP.

Sinon, on retourne à l'étape 2.



## Annexe 2 : Algorithme d'itération sur les valeurs

Dans cette Annexe, nous allons présenter l'algorithme d'itération sur les valeurs qui permet de résoudre les problèmes MDP actualisés et stationnaires sur un horizon infini.

Soient  $\lambda$ , le facteur d'actualisation ( $0 \leq \lambda \leq 1$ ) et  $S$ , l'ensemble des états du système ;  $S$  est fini ou dénombrable.

Au début de chaque période de décision  $n$ , basé sur l'état du système  $s$ ,  $s \in S$ , on peut choisir une action  $a$  de l'ensemble des actions possibles correspondant à l'état  $s$ ,  $\mathcal{A}_s$  (soit  $\mathcal{A} = \cup_{s \in S} \mathcal{A}_s$ ).

Comme résultat de ce choix, on reçoit la récompense immédiate  $r(s, a)$ , ( $r(s, a) < \infty$ ), et l'état du système au début de la période suivante est donné par une probabilité de transition stationnaire au cours du temps,  $p(\cdot | s, a)$ .

D'après le Théorème 6.3.1 de [Put94], l'algorithme d'itération sur les valeurs est une méthode efficace pour trouver la politique optimale  $\pi_\varepsilon^\infty$  et sa valeur approximative.

### Algorithme d'itération sur les valeurs

Étape 1  $n = 0$ , avec une valeur déterminée de  $\varepsilon$ ,  $\varepsilon > 0$  et  $\varepsilon \ll 1$  ; on attribue :

$$V_0(s) = r_0(s) \quad \text{pour tout } s_0 \in S$$

Étape 2 Pour chaque  $s \in S$ , on calcule  $V_{n+1}$  par :

$$V_{n+1}(s) = \max_{a \in \mathcal{A}_s} \{r(s, a) + \lambda \sum_{j \in S} p(j | s, a) V_n(j)\}$$

Étape 3 On va à l'Étape 4 si

$$\|V_{n+1} - V_n\| < \frac{\varepsilon(1 - \lambda)}{2\lambda}$$

Sinon, on incrémente  $n = n + 1$  et on retourne à l'Étape 2.

Étape 4 Pour chaque  $s \in S$ , on choisit :

$$\pi_\varepsilon(s) \in \arg \max_{a \in \mathcal{A}_s} \{r(s, a) + \lambda \sum_{j \in S} p(j | s, a) V_{n+1}(j)\}$$

et STOP.





# Bibliographie

- [AA96] M. Armstrong and D. Atkins, *Joint optimization of maintenance and inventory policies for a single system.*, IIE Transactions **28** (1996), 415–424. [41](#)
- [AFN01] AFNOR, *Terminologie de la maintenance*, Association Française de Normalisation (2001). [24](#), [25](#), [26](#), [27](#)
- [Als07] I. Alsayouf, *The role of maintenance in improving companies productivity and profitability*, International Journal of production economics **105** (2007), 70–78. [26](#)
- [Bet02] G. Bethuyne, *The timing of technology adoption by a cost-minimizing firm*, Journal of Economics **76** (2002), 123–154. [48](#), [49](#), [75](#), [105](#)
- [BFG10] R. Boucekkine, G. Fabbri, and F. Gozzi, *Maintenance and investment : Complements or substitutes ? a reappraisal*, Journal of Economic Dynamics and Control **34** (2010), 2420–2439. [46](#)
- [BGDR03] C. Berenguer, A. Grall, L. Dieulle, and M. Roussignol, *Maintenance policy for a continuously monitored deteriorating system*, Probability in the Engineering and Informational Sciences **17** (2003), 235–250. [39](#)
- [BH60] R.E. Barlow and L.C Hunter, *Optimum preventive maintenance policies*, Operation research **8** (1960), 90–100. [37](#)
- [BKK07] J. Bae, S., W. Kuo, and H. Kvam, P., *Degradation models and implied lifetime distributions*, Reliability Engineering and System Safety **92** (2007), 601–608. [39](#)
- [BLS94] J. C. Bean, J. R. Lohmuann, and R. L. Smith, *Equipment replacement under technological change*, Naval Research Logistics (1994), 117–128. [49](#)
- [BM00] S. Bloch-Mercier, *Stationary availability of a semi-markov system with random maintenance*, Applied Stochastic Models in Business and Industry **16** (2000), 219–234. [38](#)
- [BM02] ———, *A preventive maintenance policy with sequential checking procedure for a markov deteriorating system*, European Journal of Operational Research **147** (2002), 548–576. [38](#)
- [BMZ00] E. Borgonovo, M. Marseguer, and E. Zio, *A monte carlo methodological approach to plant availability modeling with maintenance, aging and obsolescence*, Reliability Engineering and System Safety **67** (2000), 61–73. [50](#), [75](#)
- [BOS96] P. G. Berger, E. Ofek, and I. Swary, *Investor valuation of the abandonment option*, Journal of Financial Economics **42** (1996), 257–187. [57](#)

- [Boy77] P. P. Boyle, *Options : a monte carlo approach*, Journal of Financial Economics **4** (1977), 323–338. [63](#)
- [BRM09] R. Boucekkine, F. D. Río, and B. Martínez, *Technological progress, obsolescence, and depreciation*, Oxford Economic Papers, Oxford University Press **61** (2009), 440–466. [46](#)
- [BS73] F. Black and M. Scholes, *The pricing of options and corporate liabilities*, Journal of Political Economy **81** (1973), 637–659. [56](#), [62](#)
- [BS85] M. J Brennan and E. S. Schwartz, *Evaluating natural resource investment*, Journal of Business **58** (1985), 135–157. [56](#), [57](#), [58](#), [62](#)
- [BT03] R. Boucekkine and R. R. Tamarit, *Capital maintenance and investment : Complements or substitutes ?*, Journal of Economics **78** (2003), 1–28. [46](#)
- [CAK01] A. Chelbi and D. Aït-Kadi, *Spare provisioning strategy for preventively replaced systems subjected to random failure*, International Journal Production Economics **74** (2001), 183–189. [41](#), [89](#)
- [Cam02] J. A. Campbell, *Real options annalysis of the timming of is investment decision*, Information and Management **39** (2002), 336–344. [62](#)
- [Car88] P. Carr, *The valuation of sequential exchange opportunities*, The journal of Finance **43** (1988), 1235–1256. [57](#)
- [Cas01] B. Castanier, *Modélisation Stochastique et Optimisation de la Maintenance Conditionnelle des Systèmes à Dégradation Graduelle*, Ph.D. thesis, Université de Technologie de Troyes - France, 2001. [40](#)
- [CBG03] B. Castanier, C. Bérenguer, and A. Grall, *A sequential condition based repair/replacement policy with non-periodic inspections for a system subject to continuous wear*, Applied Stochastic Models Business and Industry **19** (2003), 327–347. [39](#), [40](#)
- [CGB05] B. Castanier, A. Grall, and C. Berenguer, *A condition based maintenance policy with non-periodic inspections for a two-unit series system*, Reliability Engineering System Safety **87** (2005), 109–120. [40](#)
- [Chi09] Y.H. Chien, *Spare provisioning strategy for preventively replaced systems subjected to random failure*, Applied Mathematical Modelling **33** (2009), 1708–1718. [42](#), [89](#)
- [CL07] M. Crowder and J. Lawless, *On a scheme for predictive maintenance*, European Journal Operation Research **176** (2007), 1713–1722. [40](#)
- [CL09a] J. Clavareau and P. E. Labeau, *Maintenance and replacement policies under technological obsolescence*, Reliability Engineering and System Safety **94** (2009), 370–381. [50](#), [51](#), [52](#), [78](#), [90](#)
- [CL09b] J. Clavareau and P. E. Labeau, *A petri net-based modeling of replacement strategies under technological obsolescence*, Reliability Engineering and System Safety **94** (2009), 357–369. [50](#), [51](#), [52](#), [78](#), [90](#)
- [Cla08] J. Clavareau, *Modélisation des stratégies de remplacement de composants et de systèmes soumis à obsolescence technologique*, Ph.D. thesis, Université Libre de Bruxelles, Faculté des Sciences Appliquées, 2008. [70](#)

- [CLI<sup>+</sup>05] F. T. S. Chan, H. C. W. Lau, R.W. L. Ip, H. K. Chan, and S. Kong, *Implementation total productive maintenance : A case study*, International Journal Production Economics **95** (2005), 71–94. [29](#)
- [CO96] K. Cobbaert and D. V. Oudheusden, *Inventory models for fast moving spare parts subject to “sudden death” obsolescence*, International Journal Production Economics **44** (1996), 239–248. [89](#)
- [Cot00] N. Cotaina, *Study of existing rcm approaches used in different industries*, Publication Notes : Project partially supported by the RAIL IST Project. Technical Report Number : FIM/110.1/DATSI/00 **Project Number : 2000 RD 10810** (2000). [29](#)
- [Cox72] Cox, *Regression models and life tables (with discussion)*, Journal of the Royal Statistical Society **Series B 34** (1972), 187–220. [36](#)
- [CRR79] J. C. Cox, A. Ross, S., and M. Rubinstein, *Option pricing : A simplified approach*, Journal of Financial Economics **7** (1979), 229–263. [62](#)
- [Dan99] T. Dangl, *Investment and capacity choice under uncertain demand*, European Journal of Operational Research **117** (1999), 415–428. [63](#)
- [DBGRO3] L. Dieulle, C. Berenguer, A. Grall, and M. Roussignol, *Sequential condition based maintenance scheduling for a deteriorating system*, European Journal Operation Research **150** (2003), 451–461. [40](#)
- [Dek96] R. Dekker, *Applications of maintenance optimization models : a review and analysis*, Reliability Engineering and System Safety **51** (1996), 229–240. [24](#), [26](#)
- [Del08] E. Deloux, *Analyse de survie et modélisation de la maintenance conditionnelle des systèmes à détérioration graduelle : Prise en compte des censures et des variables explicatives*, PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Techniques Industrielles et des Mines de Nantes, 2008. [36](#)
- [DSDHH06] K. S. De Smidt-Destombes, C. M. V. D. Heijden, and A. V. Hatén, *On the interaction between maintenance, spare part inventories and repair capacity for k-out-of-n system with wear-out*, European Journal of Operational Research **174** (2006), 182–200. [42](#), [89](#)
- [EG76] E. J. Elton and M. J. Gruber, *On the optimality of an equal life policy for equipment subject to technological improvement*, Operational Research Quarterly **27** (1976), 93–99. [48](#)
- [Gam02] *Real options valuation : A monte carlo simulation approach*, Tech. report, Faculty of Management, University of Calgary, 2002. [63](#)
- [GBD02] A. Grall, C. Bérenguer, and L. Dieulle, *A condition-based maintenance policy for stochastically deteriorating systems*, Reliability Engineering and System Safety **76** (2002), 167–180. [39](#)
- [GBR02] A. Grall, C. Bérenguer, and M. Roussignol, *Continuous-time predictive maintenance scheduling for a deteriorating system*, IEEE Transactions on Reliability **51** (2002), 141–150. [39](#)
- [GK05] B. Ghodrati and U. Kumar, *Reliability and operating environment based spare parts estimation approach*, Journal of Quality in Maintenance Engineering **11** (2005), 169–184. [41](#)

- [GLM86] T. Goldstein, S. P. Ladany, and A. Mehrez, *A dual machine replacement model : A note on planning horizon procedures for machine replacements*, *Operations Research* **34**, No. 6 (1986), 938–941. [46](#)
- [GM96] Z. Goldstein and A. Mehrez, *Replacement of technology when a new technological breakthrough is expected*, *Engineering Optimization* **27** (1996), 265–278. [46](#)
- [GW97] S. R. Grenadier and A. M. Weiss, *Investment in technological innovations : An option pricing approach.*, *Journal of Financial Economics* **44** (1997), 397–416. [63](#)
- [GYO08] A. Ghasemi, S. Yacout, and M. S. Ouali, *Optimal inspection period and replacement policy for cbm with imperfect information using phm*, *World Congress on Engineering and Computer Science* **1007** (2008), 247–266. [41](#)
- [HBS87] W. J. Hopp, J. C. Bean, and R. L. Smith, *A new optimality criterion for non-homogeneous markov decision processes*, *Operation Research* **35** (1987), 875–883. [129](#)
- [HBW96] J. A. M. Hontelez, H. H. Burger, and D. J. D. Wijnmalen, *Optimum condition-based maintenance policies for deteriorating systems with partial information*, *Reliability Engineering and System Safety* **51** (1996), 267–274. [38](#)
- [HK98] J. Hopp, W. and L. Kuo, Y., *An optimal structured policy for maintenance of partially observable aircraft engine components*, *Naval Research Logistics* **45** (1998), 335–352. [38](#)
- [HK04] K. J. M. Huisman and P. M. Kort, *Strategic technology adoption taking into account future technological improvements : A real options approach*, *European Journal of Operational Research* **159** (2004), 705–728. [47](#), [105](#), [107](#)
- [HN94] W. J. Hopp and S. K. Nair, *Markovian deterioration and technological change*, *IEE Transactions* **26** (1994), 74–82. [50](#), [60](#), [78](#), [102](#), [107](#), [114](#)
- [HSP11] G. Haddad, P. Sandborn, and M. Pecht, *Using real options to manage condition-based maintenance enabled by phm*, *IEEE International Conference on Prognostics and Health Management*, Denver, Colorado (2011). [63](#), [64](#), [65](#)
- [Hug01] B. Hughes, *The business centered maintenance manual*, Growthcon International (Pty) Ltd, ISBN-10 062029891X, ISBN-13 9780620298919, 2001. [31](#)
- [HY08] N. Hritoneko and Y. Yatsenko, *The dynamics of asset lifetime under technological change*, *Operations Research Letter* **36** (2008), 565–568. [48](#)
- [HY09] ———, *Integral equation of optimal replacement : Analysis and algorithms*, *Applied Mathematical Modeling* (2009), 2737–2747. [48](#), [49](#), [75](#)
- [Iye99] P. Iyer, *The effect of maintenance policy on system maintenance and system life-cycle cost*, Master's thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, 1999. [43](#)

- [JC02] X. Jia and A. H. Christer, *A prototype cost model of functional check decisions in reliability-centred maintenance*, Journal Operation Research Sociality **53** (2002), 1380–1384. [40](#)
- [JLN09] X. Jin, L. Li, and J. Ni, *Options model for joint production and preventive maintenance system*, International Journal of Production Economics **119** (2009), 347–353. [64](#)
- [KA096] A.B.M.Z Kabir and A.S. Al-Olayan, *A stocking policy for spare part provisioning under age based preventive replacement*, European Journal of Operational Research **90** (1996), 171–181. [41](#), [89](#)
- [Kel06] A. Kelly, *Plant maintenance management set*, Butterworth Heine-  
mann - ISBN 10 : 0-7506-6995-0, 2006. [30](#)
- [KP97] M. B. Kong and K. S. Park, *Optimal replacement of an item subject to cumulative damage under periodic inspections*, Micro electron Reliability **37** (1997), 467–472. [39](#)
- [KPF02] W. J. Kennedy, J.W. Patterson, and L. D. Fredendall, *An overview of recent literature on spare parts inventories*, International Journal Production Economics **76** (2002), 201–215. [41](#)
- [Kra06] A. A. Kranenburg, *Spare parts inventory control under system availability constraints*, vol. 19, ISBN 90-386-0805-5, ISBN 978-90-386-0805-1, NUR 804, 2006. [41](#)
- [Kry07] C. Krychowski, *Apport et limites des options réelles à la décision d'investissement stratégique : Une étude appliquée dans le secteur des télécommunications*, PhD thesis, Ecole des Hautes Etudes Commerciales, 2007. [59](#)
- [KSY96] J. S. Kim, K. C. Shin, and H. K. Yu, *Optimal algorithm to determine the spare inventory level for a repairable-item inventory system*, Computers Operations Research **23** (1996), 289–297. [89](#)
- [KT98] E. E. Karsak and E. Tolga, *An overhaul-replacement model for equipment subject to technological change in an inflation-prone economy*, International Journal Production Economics (1998), 291–301. [48](#), [49](#), [75](#), [78](#)
- [Kul88] N. Kulatilaka, *Valuing the flexibility of flexible manufacturing systems*, IEEE Transactions on engineering management **35** (1988), 177–186. [58](#)
- [KY02] A. Klutke, G. and Y. Yang, *The availability of inspected systems subject to shocks and graceful degradation*, IEEE Transactions on Reliability **51** (2002), 371–374. [38](#)
- [Lau01] D. Lautier, *Les Options Réelles : une idée séduisante - un concept utile et multiforme - un instrument facile à créer mais difficile à valoriser*, Tech. report, Université Paris IX, 1ère version, 2001. [56](#)
- [LM08] M. Lévesque and M. L. Maillart, *Business opportunity assessment with costly, imperfect information*, IEEE Transactions on Engineering Management **55** (2008), 279–291. [124](#), [125](#)
- [LR10] H. Liao and M. Rausch, *Spare part inventory control driven by condition based maintenance*, 1 –6. [42](#)



- [Mar78] W. Margrabe, *The value of an option to exchange one asset for another*, The journal of finance (1978), 177–186. [58](#)
- [McC85] K. E. McCardle, *Information acquisition and the adoption of new technology*, Management Science **31** (1985), 1372–1389. [124](#)
- [Mer73] R. Merton, *Theory of rational option pricing*, Bell Journal of Economics **4** (1973), 141–183. [56](#)
- [Mer08] S. Mercier, *Optimal replacement policy for components with general failure rates submitted to obsolescence*, Applied Stochastic Models in Business and Industry **24** (2008), 221–235. [50](#), [51](#)
- [MJC00] V. Markis, X. Jiang, and K. Cheng, *Optimal preventive replacement under minimal repair and random repair cost*, Mathematics of operations research **25** (2000), 141–156. [37](#)
- [MLM04] O. Michel, P. E. Labeau, and S. Mercier, *Monte carlo optimization of the replacement strategy of components subject to technological obsolescence*, In Proceedings of PSAM 7 - ESREL (2004), 3098–3103. [50](#), [51](#), [78](#)
- [MO95] D. C. Mauer and S. H. Ott, *Investment under uncertainty : The case of replacement investment decisions*, The journal of financial and quantitative analysis **30** (1995), 581–605. [46](#), [105](#), [107](#)
- [Mon82] G. E. Monahan, *Optimal stopping in a partially observable binary-valued markov chain with costly perfect information*, Journal of applied Probability **19** (1982), 72–81. [123](#)
- [MP87] S. Majd and R. S. Pindyck, *Time to build, option value and investment decision*, Journal of Financial Economics **18** (1987), 7–27. [56](#), [57](#)
- [MP04] L. Miller and C. Park, *Economic analysis in the maintenance, repair, and overhaul industry : an options approach*, the Engineering Economist **49** (2004), 21–41. [64](#)
- [MS85] R. L. McDonald and D. R. Siegel, *Investment and the valuation of firms when there is an option to shut down*, International economic review **26** (1985), 331–349. [58](#)
- [MS86] R. McDonald and D. Siegel, *The value of waiting to invest*, Quarterly Journal of Economics **101** (1986), 707–727. [56](#), [57](#)
- [MS99] E. R. McGrattan and J. A. Schmitz, *Maintenance and repair : Too big to ignore*, Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review **23** (1999), 2–13. [33](#), [34](#), [46](#), [69](#)
- [MSC99] K. E. McKone, R. G. Schroeder, and K. O. Cua, *Total productive maintenance : a contextual view*, Journal of Operations Management **17** (1999), 123–144. [29](#)
- [MSVC08] S. Martorell, A. Sanchez, M. Villamizar, and G. Clemente, *Maintenance modelling and optimization integrating strategies and human resources : theory and case study*, Journal of Risk and Reliability **22** (2008), 347–357. [42](#)
- [MW00] A. Milne and E. Whalley, A., *Time to build, option value and investment decision : a comment*, Journal of Financial Economics **56** (2000), 325–332. [57](#)

- [Mye77] S. C. Myers, *Determinants of corporate borrowing*, Journal of Financial Economics **5** (1977), 147–175. [56](#), [58](#)
- [Mye84] ———, *Finance theory and financial strategy*, Interfaces **14** (1984), 126–137. [56](#)
- [Nai95] S. K. Nair, *Modeling strategic investment decisions under sequential technological change*, Management Science **41** (1995), 282–297. [48](#), [60](#), [76](#), [78](#), [102](#)
- [Nai97] ———, *Identifying technology horizons for the strategic investment decisions*, IEEE Transactions on Engineering management (1997), 227–236. [48](#), [60](#), [76](#), [78](#), [102](#)
- [NB06] J. M. Newby and T. Barker, C., *A bivariate process model for maintenance and inspection planning*, International Journal of Pressure Vessels and Piping **83** (2006), 270–275. [39](#), [40](#)
- [NCY10a] T. P. K. Nguyen, B. Castanier, and T. G. Yeung, *Optimal maintenance and replacement decision under technological change*, In Proceedings of European Safety and Reliability, Rhodes, Greece (2010), 1430–1437. [19](#), [88](#)
- [NCY10b] ———, *Optimal maintenance and replacement decision under technological change with consideration of spare parts inventories.*, Proceedings of 16th International Symposium on Inventories, Budapest, Hungary (2010). [19](#), [97](#)
- [NCY11] ———, *Impact of maintenance on replacement investment under technological improvement*, Proceedings of ESREL 2011 Advances in Safety, Reliability and Risk Management (2011), 869–876. [20](#), [121](#)
- [NCY12a] ———, *Information acquisition of new technology performance for maintenance/investment decisions*, 25th European Conference on Operational Research, in Vilnius, Lithuania (2012). [20](#), [135](#)
- [NCY12b] ———, *Information acquisition of new technology performance for maintenance/investment decisions*, In proceeding of 3rd IEEE International Conference on Emergency Management and Management Sciences, in Beijing, China (2012), 31–34. [20](#), [135](#)
- [NCY12c] ———, *Maintenance investment problem under technological change with forecast horizon optimal decisions*, Submitted to European Journal of Operational Research (2012). [20](#), [121](#)
- [NCY12d] ———, *Optimal maintenance and replacement decisions under technological change with consideration of spare parts inventories.*, Submitted to International Journal of Production Economics (2012). [19](#), [97](#)
- [NSA02] H. B. Nembhard, L. Shi, and M. Aktan, *Effect of implementation on time real options valuation*, Proceedings of the Winter Simulation Conference **6** (2002), 1600 – 1605. [63](#)
- [NY07] H. Natali and Y. Yatsenko, *Optimal equipment replacement without paradoxes : A continous analysis*, Operations Research Letters **35** (2007), 245–250. [48](#), [49](#), [75](#)

- [PC04] A. Pommeret and B. Cruz, *Optimal capital accumulation and embodied technological progress under uncertainty*, Econometric Society 2004 Latin American Meetings **33** (2004), 261–275. [58](#)
- [Pin88] R. S. Pindyck, *Irreversible investment, capacity choice, and the value of the firm*, American economic review **78** (1988), 969–985. [58](#)
- [PJY00] D. H. Park, G. M. Jung, and J.K. Yum, *Cost minimization for periodic maintenance policy of a system subject to slow degradation*, Reliability Engineering and System Safety **68** (2000), 105–112. [37](#)
- [Pra] S. L. Prakask, *Module 5 : Technology management*, Cours : Management Science II, Indian Institute of Technology Madras. [43](#)
- [Put94] M. Puterman, *Markov decision processes : Discrete stochastic dynamic programming*, John Wiley & Sons, Inc, New York, USA, 1994. [108](#), [109](#), [112](#), [128](#), [147](#), [149](#)
- [Raj99] S. Rajagopalan, *Adoption timing of new equipment with another innovation anticipated*, IEEE Transactions on engineering management **46** (1999), 14–25. [47](#)
- [Rau98] M. Rausand, *Reliability centered maintenance*, Reliability Engineering and System Safety **60** (1998), 121–132. [29](#), [36](#), [37](#)
- [RH05] J. L. Rogers and J. C. Hartman, *Equipment Replacement under Continuous and Discontinuous Technological Change*, IMA Journal of Management Mathematics **16** (2005), no. 1, 23–36. [46](#)
- [SA11] J. T. Selvik and T. Aven, *A framework for reliability and risk centered maintenance*, Reliability Engineering and System Safety **96** (2011), 324–331. [29](#)
- [SC04] H.S Sheu and Y.H. Chien, *Optimal age-replacement policy of a system subject to shocks with random lead-time*, European Journal of Operational Research **159** (2004), 132–144. [42](#), [89](#)
- [SGN95] S. Sheu, W. S. Griffith, and T. Nakagawa, *Extended optimal replacement model with random minimal repair costs*, European Journal of Operational Research **85** (1995), 636–649. [37](#)
- [SH00] R Saker and A. Haque, *Optimization of maintenance and spare provisioning policy using simulation*, Applied Mathematical Modelling **24** (2000), 751–760. [41](#), [89](#)
- [She92] S. Sheu, *Optimal block replacement policies with multiple choice at failure*, Journal of Applied Probability **29** (1992), 129–141. [37](#)
- [SS07] I. E. Schochetman and L. Smith, R., *Infinite horizon optimality criteria for equipment replacement under technological change*, Operations Research Letters (2007), 485–492. [49](#)
- [TB02] C. L. Tseng and G. Barz, *Short-term generation asset valuation : a real options approach*, Operations Research **50** (2002), 297–310. [63](#)
- [Tri93] L. Trigeorgis, *The nature of option interactions and the valuation of investment with multiple real options*, Journal of financial and quantitative analysis **28** (1993), 1–20. [58](#), [63](#)
- [TS03] C. Torpong and R. L. Smith, *A paradox in equipment replacement under technological improvement*, Operations Research Letters **31** (2003), 77–82. [48](#), [49](#), [75](#)



- [US09] C. Ulu and J. E. Smith, *Uncertainty, information acquisition and technology adoption*, *Operation Research* **57** (2009), 740–752. [124](#), [125](#), [127](#), [130](#)
- [Vau05] T. S. Vaughan, *Failure replacement and preventive maintenance spare parts ordering policy*, *European Journal of Operational Research* **161** (2005), 183–190. [42](#), [89](#)
- [Wan02] H. Wang, *A survey of maintenance policies of deteriorating systems*, *European Journal of Operational Research* **139** (2002), 469–489. [17](#), [26](#)
- [WP01] G. Waeyenbergh and L. Pintelon, *A framework for maintenance concept development*, *International Journal Production Economics* **77** (2001), 299–313. [26](#)
- [YH08] Y. Yatsenko and N. Hritonenko, *Properties of optimal service life under technological change*, *International Journal Production* **114** (2008), 230–238. [48](#), [75](#)
- [YKC09] R. H. Yeh, K. C. Kao, and W. L. Chang, *Optimal preventive maintenance policy for leased equipment using failure rate reduction*, *Computers and Industrial Engineering* **57** (2009), 304–309. [107](#)
- [Yor01] M. Yor, *Exponential functional of brownian motion and related process*, Springer Finance. ISBN 3-540-65943-9, 2001. [105](#)
- [ZME08] Z. ZMEŠKAL, *Application of the american real flexible switch options methodology : A generalized approach*, *Czech Journal of Economics and Finance* **58** (2008), 261–275. [58](#)



# POLITIQUES DE MAINTENANCE ET D'INVESTISSEMENT SOUS EVOLUTION TECHNOLOGIQUE INCERTAINE

## Résumé :

Cette thèse s'attache à étudier la problématique de la décision de maintenance pour des systèmes soumis à évolution technologique incertaine, rapprochant attentes opérationnelles liées à la maintenance et préoccupations stratégiques d'investissement.

Nous tirons bénéfice de la flexibilité et du caractère dynamique du principe d'options réelles traditionnellement appliqué au domaine de la finance en les évaluant par le biais de processus de décision markoviens non stationnaires.

Plus précisément, les modèles présentés permettent d'adapter dynamiquement la décision de maintenance pour des systèmes soumis à de fortes évolutions technologiques, cette décision étant liée à la notion de saut technologique, au choix de la génération technologique à mettre en place ainsi qu'à la vélocité et l'incertitude du marché. L'option de maintenance peut alors se substituer à une décision hâtive d'investissement.

D'autre part, on analyse les décisions en fonction des différentes natures d'obsolescence qu'elle soit subjective, définie par le ratio performances actuelles et espérées, ou objective dans le cas d'incompatibilité matérielle, notamment des pièces de rechange.

Enfin, grâce à ces modèles, on peut étudier l'influence de la qualité et du niveau de connaissance du marché sur les politiques de maintenance et d'investissement en offrant la possibilité d'enrichir ponctuellement l'information.

**Mots-clés :** maintenance conditionnelle, investissement de remplacement, changement technologique, MDP non stationnaire.

## MAINTENANCE AND INVESTMENT POLICIES UNDER UNCERTAIN TECHNOLOGY EVOLUTION

### Abstract:

This thesis studies the maintenance and replacement decision problem for systems subject to uncertain technological improvement while considering the operational requirements related to maintenance and strategic investment.

We utilize the flexibility and dynamic nature of real options that traditionally applied to the financial domain by evaluating them through non-stationary Markov decision processes.

More specifically, the models presented allow us to dynamically adapt the maintenance decision for systems subject to substantial technological developments. This decision is linked to the notion of a technological jump, the choice of technology generation for investment, as well as the uncertainty of the economy and market. The maintenance option allows delaying the investment decision in order to wait for changes in technology.

Furthermore, we analyze these decisions based on different kinds of the obsolescence. They can be subjective, defined by the ratio of current and expected performance, or objective in the case of the material incompatibility, in particular spare parts.

Finally, the use of these models allows us to study the influence of the quality and level of technology information on maintenance and investment policies by evaluating the possibility to periodically purchase additional information.

**Key Words:** condition-based maintenance, replacement investment, technological change, non stationary MDP.